

## RESUM

Aquest treball s'emmarca dins d'un projecte de col·laboració entre el departament d'Enginyeria Mecànica de la UPC i el departament Beams and Instrumentation del CERN sobre el disseny d'un nou escàner de fil per al CERN.

L'escàner de fil s'utilitza per obtenir informació sobre el perfil del feix de partícules que circula per l'accelerador. Un escàner de fil consta bàsicament de tres elements: un motor, una forquilla que gira sota l'acció del motor, i un fil de carboni tensat entre els extrems de la forquilla. Aquest fil és l'element que interseca el feix. La interacció entre el fil i les partícules del feix genera un seguit de partícules secundàries que posteriorment són detectades mitjançant un conjunt de sensors i analitzades. A partir d'aquesta anàlisi es reconstrueix el perfil del feix.

La gran acceleració i velocitat angular amb què gira la forquilla provoquen vibracions en el fil. Aquesta vibració indueix error en la reconstrucció del perfil del feix, i per tant cal minimitzar-la.

En aquest treball s'estudia com influeix el patró de rotació que el motor imposa sobre la forquilla amb l'objectiu de minimitzar la vibració del fil, tot respectant les limitacions del motor i els valors de velocitat màxima i recorregut total de la forquilla.

Per fer-ho, es crea un model senzill del sistema i es troben les equacions del moviment corresponents. Tot seguit, s'elabora un programa informàtic que realitza diverses simulacions variant els valors dels paràmetres de control i emmagatzema la vibració del fil.

A partir d'un algorisme d'optimització, es comprova si la vibració del fil depèn dels paràmetres utilitzats i en cas afirmatiu, es troba el valor d'aquets paràmetres que minimitzen aquesta vibració.

## LLISTAT DE FIGURES

### 2. FUNCIONAMENT D'UN ESCÀNER DE FIL

Figura 2. 1. Dues realitzacions de l'escàner de fil .....	7
Figura 2. 2. Esquema de funcionament d'un escàner de fil .....	8
Figura 2. 3. Descripció de les fases de rotació de la forquilla. ....	9

### 3. MODEL SIMPLIFICAT DE L'ESCÀNER

Figura 3. 1. Esquema simplificat de l'escàner .....	11
Figura 3. 2. Sistemes de coordenades.....	12
Figura 3. 3. Sistemes de coordenades.....	12

### 4. DINÀMICA DEL FIL

Figura 4. 1. Sistemes de coordenades.....	14
Figura 4. 2. Posició general.....	17
Figura 4. 3. Pla de les molles .....	17
Figura 4. 4. Pla x-y .....	18

### 5. IMPLEMENTACIÓ DEL SOFTWARE

Figura 5. 1. Modes de vibració d'una corda agafada pels seus extrems.....	24
Figura 5. 2. Simulació amb $x(t=0)=0.0001$ m i sense rotació de la forquilla .....	25
Figura 5. 3. Augment de la Figura 5.2.....	26
Figura 5. 4. Simulació amb $y(t=0)=0.0001$ m i sense rotació de la forquilla .....	27
Figura 5. 5. Augment de la Figura 5.4.....	27
Figura 5. 6. Simulació amb $z(t=0)=0.0001$ i sense rotació de la forquilla.....	28
Figura 5. 7. Augment de la Figura 5.6.....	29
Figura 5. 8. Patró de moviment de la forquilla amb funcions quadrades.....	30
Figura 5. 9. Patró de moviment de la forquilla amb funcions sinusoïdals .....	31
Figura 5. 10. Patró de moviment de la forquilla definit amb funcions sinusoïdals.....	34
Figura 5. 11. Simulació completa (a) (b) (c) (d) .....	35
Figura 5. 12. Gràfic $H \cdot \omega^2$ .....	36
Figura 5. 13. $r_{max}$ en funció de l'acceleració(100 iteracions).....	37
Figura 5. 14. Corbes partint de la integració del jerk (definit com a ona quadrada) .....	38
Figura 5. 15. Corbes partint de la integració de la derivada temporal del jerk .....	39
Figura 5. 16. Punts temporals .....	40
Figura 5. 17. Paràmetres de control.....	40
Figura 5. 18. Paràmetres de control.....	41
Figura 5. 19. $r_{max}$ en funció de $incT1$ i $migincT43$ (a), $incT1$ i $dj1$ (b) i $migincT43$ i $dj1$ (c).....	44
Figura 5. 20. $r_{max}$ en funció de $incT1(a)$ , $migincT43(b)$ i $dj1(c)$ .....	45
Figura 5. 21. $r_{max}$ en funció de $migincT43$ i $incT1(a)$ i $dj1(b)$ .....	46

Figura 5. 22.rmax en funció de dj1 i separat per incT1(a) i migincT43(b)..... 48

## 6. PLANIFICACIÓ TEMPORAL I COSTOS

Figura 6. 1. Diagrama de Gantt del projecte ..... 49

## LLISTAT DE TAULES

### 3. MODEL SIMPLIFICAT DE L'ESCÀNER

Taula 3. 1. Relacions entre els sistemes de coordenades .....	13
---	----

### 4. DINÀMICA DEL FIL

Taula 4. 1. Forces de les molles en els dos sistemes de coordenades .....	19
---	----

### 5. IMPLEMENTACIÓ DEL SOFTWARE

Taula 5. 1. Acceleració angular.....	32
Taula 5. 2. Velocitat angular i angle girat .....	32
Taula 5. 3. Valors de les variables a la primera iteració .....	43
Taula 5. 4. Valors de les variables a la segona iteració .....	47

## ÍNDEX

<b>RESUM</b>	<b>1</b>
<b>LLISTAT DE FIGURES</b>	<b>2</b>
<b>LLISTAT DE TAULES</b>	<b>4</b>
<b>ÍNDEX</b>	<b>5</b>
<b>1. INTRODUCCIÓ</b>	<b>6</b>
1.1. OBJECTIUS.....	6
1.2. ABAST .....	6
<b>2. FUNCIONAMENT D'UN ESCÀNER DE FIL</b>	<b>7</b>
<b>3. MODEL SIMPLIFICAT DE L'ESCÀNER</b>	<b>10</b>
<b>4. DINÀMICA DEL FIL</b>	<b>14</b>
4.1. CÀLCUL DE L'ACCELERACIÓ .....	15
4.2. FORMULACIÓ DE LES FORCES D'INTERACCIÓ .....	16
4.3. FORMULACIÓ DE LES FORCES D'INTERACCIÓ .....	19
<b>5. IMPLEMENTACIÓ DEL SOFTWARE</b>	<b>21</b>
5.1. PRIMERES COMPROVACIONS .....	21
5.2. PARAMETRITZACIÓ DE LA ROTACIÓ DE LA FORQUILLA.....	29
5.3. SIMULACIÓ AMB ROTACIÓ DE LA FORQUILLA.....	34
5.4. OPTIMITZACIÓ DEL PATRÓ DE ROTACIÓ .....	36
5.5. NOVA PARAMETRITZACIÓ DE LA ROTACIÓ DE LA FORQUILLA .....	37
<b>6. PLANIFICACIÓ TEMPORAL I COSTOS</b>	<b>49</b>
6.1. PLANIFICACIÓ TEMPORAL .....	49
6.2. COSTOS.....	50
<b>7. IMPACTE SOCIAL I MEDIAMBIENTAL</b>	<b>51</b>
7.1. IMPACTE SOCIAL.....	51
7.2. IMPACTE MEDIAMBIENTAL .....	51
<b>CONCLUSIONS</b>	<b>52</b>
<b>AGRAÏMENTS</b>	<b>53</b>
<b>BIBLIOGRAFIA</b>	<b>54</b>

## 1. INTRODUCCIÓ

### 1.1. OBJECTIUS

L'objectiu principal d'aquest treball és trobar un patró de moviment angular per a la forquilla que minimitzi les vibracions del fil. Per a això, es determinen les equacions del moviment del fil (sotmès al camp d'acceleracions ocasionat pel moviment de la forquilla) i s'implementa un algorisme per generar patrons de moviment diferents (sotmesos a les restriccions imposades per al bon funcionament de l'escàner).

Finalment es realitzen iteracions i s'analitzen els resultats gràficament per donar el valor dels paràmetres pels quals la vibració és mínima.

### 1.2. ABAST

Aquest treball és un punt de partida per a un estudi més ampli i extens. Per aquest motiu, s'han adoptat hipòtesis de simplificació que retenen els trets fonamentals del sistema mecànic que s'estudia però que donen lloc a equacions no excessivament complicades que permeten fer validacions simples dels resultats. A partir d'aquest estudi, es pot complicar la descripció del sistema per apropar-lo més a la realitat.

L'anàlisi final de resultats s'ha fet per inspecció directa dels gràfics. Per garantir les conclusions a les que s'ha arribat, s'hauria de realitzar un estudi estadístic complet per analitzar les dades finals.

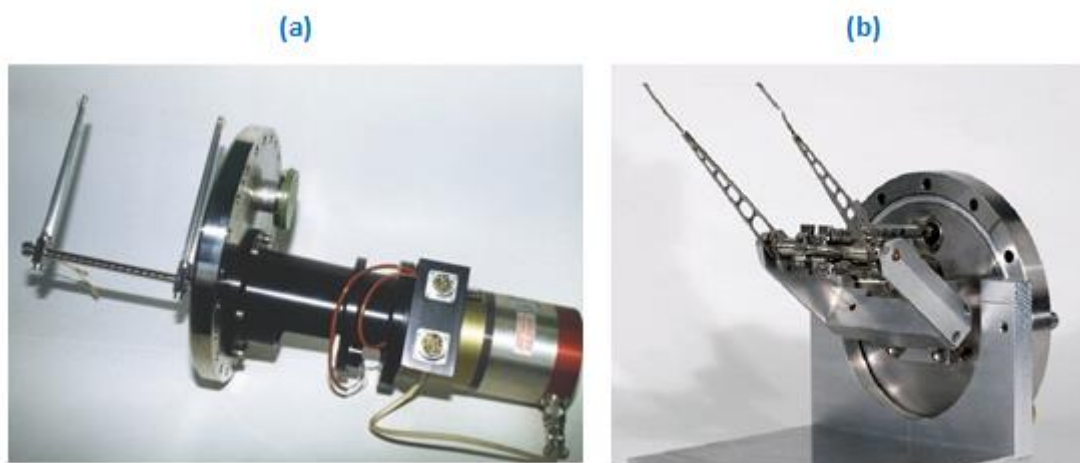
## 2. FUNCIONAMENT D'UN ESCÀNER DE FIL

Un escàner de fil és un dispositiu electro-mecànic que està pensat per ser utilitzat en els acceleradors de partícules per avaluar el perfil del feix que hi circula. L'escàner de fil és un aparell format bàsicament per tres elements:

- Una forquilla en forma de U;
- Un motor que controla la rotació la forquilla;
- Un fil de carboni tensat entre els dos extrems de la forquilla;

En el seu funcionament, el fil de carboni interseca el feix de partícules quan la forquilla gira, i això genera un conjunt de partícules secundàries que són captades i analitzades per un conjunt de sensors.

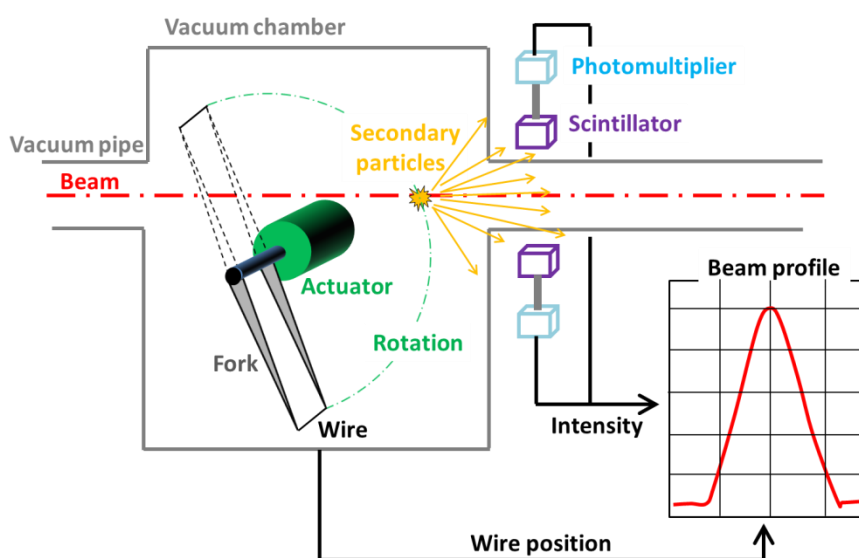
Existeixen diverses realitzacions d'aquest aparell. La Fig. 2.1. en mostra dues. Per al cas de la Fig.2.1a, l'eix del motor és paral·lel a l'eix de rotació de la forquilla. Per al cas de la Fig.2.1b, l'eix del motor és perpendicular a l'eix de rotació de la forquilla. En aquest últim cas, hi ha d'haver un mecanisme que transmeti el gir del motor a l'eix de la forquilla. En aquest treball es considera que els dos eixos són paral·lels (Fig.2.1a).



**Figura 2. 1. Dues realitzacions de l'escàner de fil amb l'eix del motor paral·lel a l'eix de la forquilla(a) i perpendicular a l'eix de la forquilla (b)**

Tot i que els dissenys són diferents, els dos aparells comparteixen molts aspectes del seu funcionament ja que el moviment de la forquilla és el mateix. La Fig.2.2. presenta de manera esquemàtica el funcionament de l'aparell.

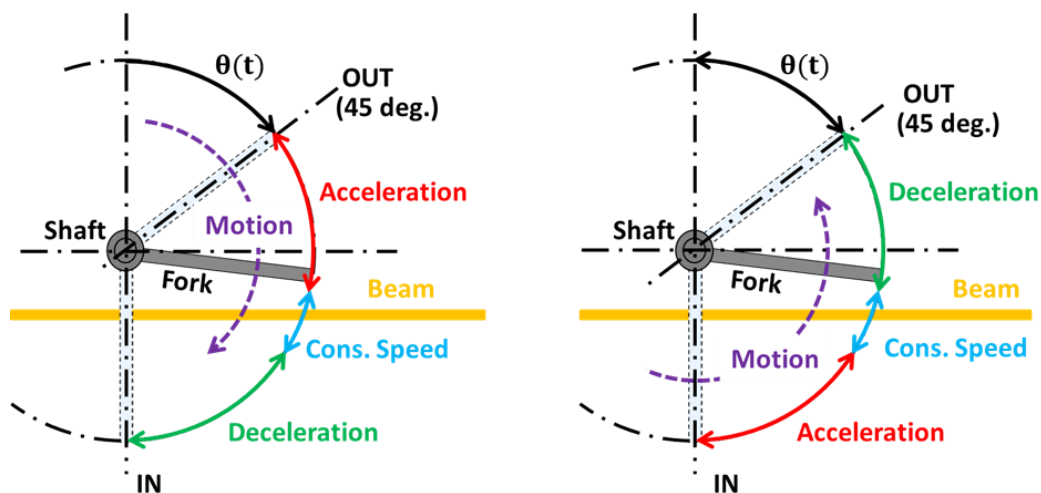
La forquilla es troba inicialment en repòs, es fa girar sota el control del motor i un cop el fil ha tallat el feix de partícules, es frena fins a aturar-se completament (moviment OUT-IN). Un cop aturada, la forquilla es manté en repòs durant un cert interval de temps per permetre que les vibracions induïdes al fil es dissipin. Aquest temps ha de ser suficientment gran com perquè la segona fase del moviment (fase IN-OU) comenci amb el fil en repòs.



**Figura 2. 2. Esquema de funcionament d'un escàner de fil**

A la Fig.2.3. es mostren les diferents fases a l'hora de realitzar els moviments. Qualsevol d'aquets dos moviments consta de tres fases: una primera fase on la forquilla, que parteix del repòs, s'accelera fins arribar a la velocitat desitjada; una segona fase on la velocitat de la forquilla és manté constant i talla el feix de partícules i, per últim, una tercera fase on la forquilla desaccelera fins a arribar novament al repòs.





**Figura 2. 3. Descripció de les fases de rotació de la forquilla.**

A l'hora de realitzar aquest treball s'han dut a terme les següents simplificacions:

- Es considera que el temps d'espera entre moviments és suficientment llarg, i per tant, els moviments IN-OUT i OUT-IN són idèntics.
- La forquilla és totalment rígida i no es deforma quan gira.

### 3. MODEL SIMPLIFICAT DE L'ESCÀNER

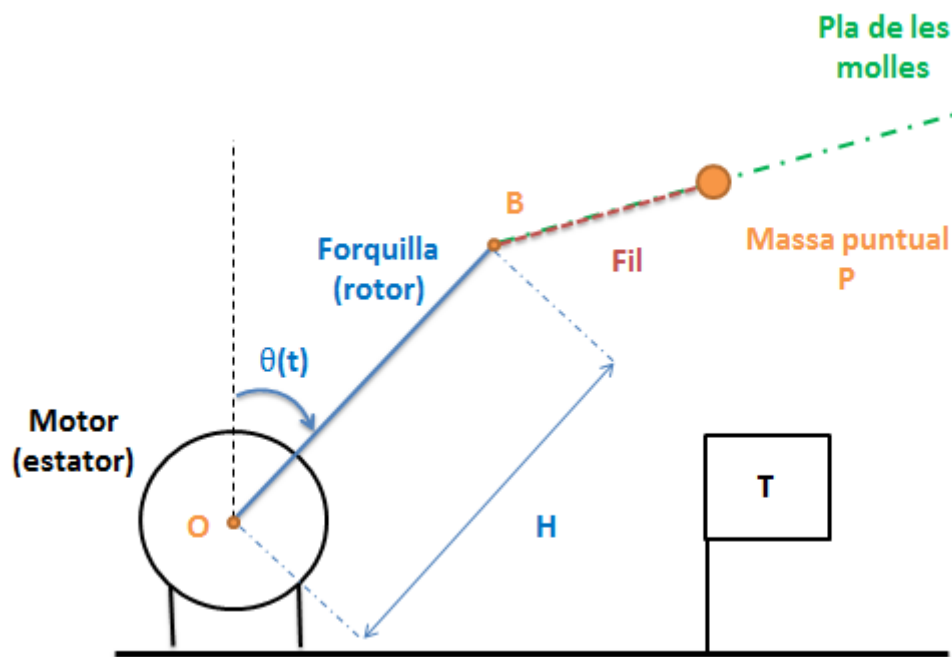
Per a poder determinar l'equació del moviment del fil sotmès a la rotació de la forquilla, es farà un model mecànic idealitzat de l'aparell.

La Fig.3.1. presenta el model simplificat de l'escàner. El motor que controla la rotació de la forquilla té l'estator fix a terra. La forquilla es representa amb dues barres totalment rígides, de longitud  $H$  i que giren de manera idèntica sota el control del motor. Els extrems de la forquilla s'anomenen **A** i **B** i la distància entre ells és constant i s'anomena  $2L_0$ . Entre aquests dos extrems es troba el fil de carboni.

Tot i que el fil és un sistema continu (amb massa i rigidesa distribuïdes), s'ha modelitzat mitjançant dues molles lineals idèntiques i una massa puntual de valor  $m$  situada al punt mig (punt **P**).

S'observa que el sistema presenta un pla de simetria entre les dues barres de la forquilla, i per tant, no fa falta realitzar l'estudi considerant la variació de posició longitudinal de la massa, ja que sempre es mantindrà a la mateixa distància d'una barra de la forquilla que de l'altre barra. Ara bé, qualsevol petit canvi en el muntatge, ja sigui per que una de les molles presenta una constant d'elasticitat diferent de l'altre, o bé perquè les forces inicials de les molles ( $F_0$ ) són una mica diferents, produiria que el sistema no fos simètric, i per tant, que aparegués una variació en la posició longitudinal. Per aquesta raó es considera útil mantenir la possibilitat d'aquest moviment longitudinal i realitzar tots els càlculs tenint-lo en compte.

Donat que les dues barres de la forquilla giren a la vegada, els punts **A** i **B** juntament amb la massa puntual **P** sempre definiran un pla que serà perpendicular al pla mostrat a la Fig.3.1. i que girarà respecte de la forquilla. Aquest pla s'anomenarà **Pla de les molles** (ja que sempre contindrà les dues molles).



**Figura 3. 1. Esquema simplificat de l'escàner**

S'observa que la forquilla presenta un únic grau de llibertat forçat, ja que la rotació de la forquilla respecte del terra ( $\dot{\theta}$ ) és imposada pel motor. Aquesta es precisament la variable que es busca controlar.

La massa puntual presenta tres graus de llibertat lliures respecte de la forquilla, els quals es poden expressar a partir de dos sistemes de coordenades:

- **Coordenades cartesianes:** Sistema mostrat a la Fig.3.2a. La primera coordenada ( $x$ ) és perpendicular a l'eix longitudinal de la forquilla, la segona coordenada ( $y$ ) coincideix amb l'eix longitudinal de forquilla, i la tercera coordenada ( $z$ ) és perpendicular a les dues anteriors.
- **Coordenades cilíndriques:** Sistema mostrat a la Fig.3.2b. La primera coordenada ( $r$ ) és la distància entre el segment **AB** i el punt **P**, la segona coordenada ( $\gamma$ ) és l'angle girat pel **Pla de les molles** respecte a la forquilla, i la tercera coordenada ( $z$ ) és perpendicular a les altres dues.

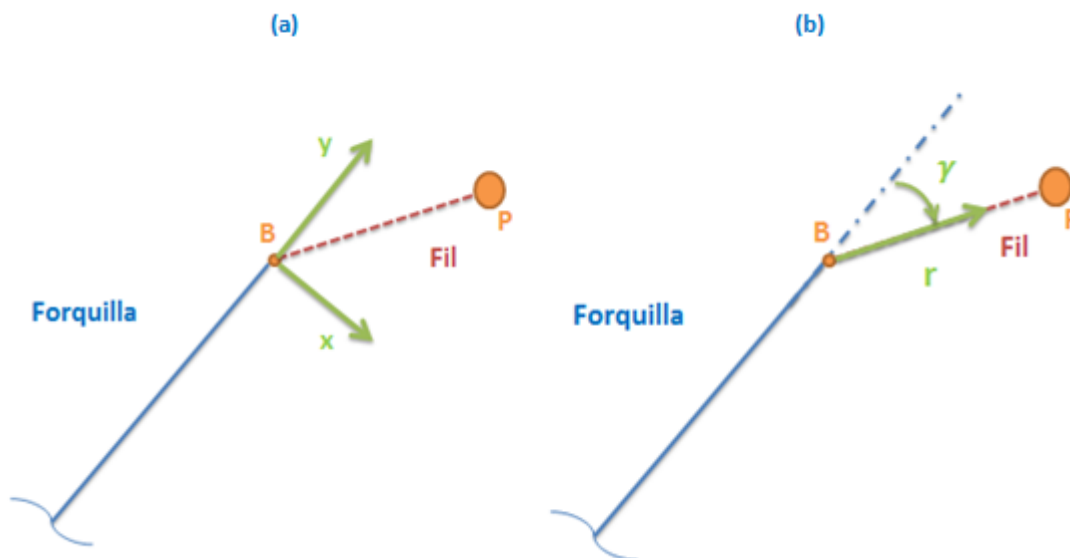


Figura 3. 2. Sistemes de coordenades

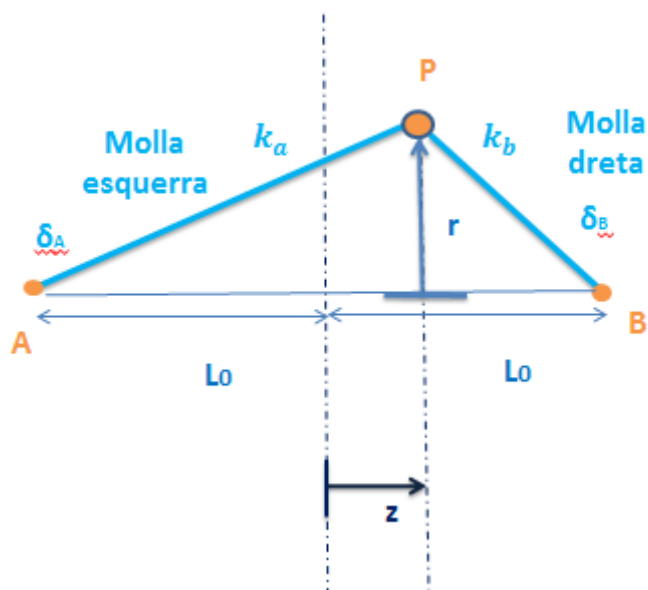


Figura 3. 3. Sistemes de coordenades

En el cas de les coordenades cartesianes, l'origen de coordenades es troba al punt mig entre els punts **A** i **B**, sobre el segment definit per la intersecció del pla de la forquilla i el **Pla de les molles**.

En el cas de les coordenades cilíndriques, l'origen de **r** és el segment **AB** (ja que s'ha definit **r** com la distància perpendicular de **AB** fins el punt **P**). L'angle  $\gamma$  valdrà zero quan el

pla de les molles i el pla de la forquilla siguin paral·lels. La coordenada  $z$  és la mateixa d'abans.

Els dos sistemes de coordenades es troben relacionats. Es pot expressar qualsevol de les coordenades d'un dels sistemes a partir de les coordenades de l'altre.

Les relacions existents entre els dos es presenten a la taula següent:

<b>Coordenades cartesianes en funció de les cilíndriques</b>	<b>Coordenades cilíndriques en funció de les cartesianes</b>
$x = r \cdot \sin\gamma$	$r = \sqrt{x^2 + y^2}$
$y = r \cdot \cos\gamma$	$\gamma = \operatorname{tg}^{-1}\left(\frac{x}{y}\right)$
$z = z$	$z = z$

**Taula 3. 1. Relacions entre els sistemes de coordenades**

S'ha de fer notar de que si es considera que el sistema és simètric, la massa només consta de dos graus de llibertat lliures respecte de la forquilla. Ja s'ha explicat que no s'aplica simetria i per tant, s'introdueix un tercer grau de llibertat lliure ( $z$ ).

#### 4. DINÀMICA DEL FIL

L'equació del moviment de la massa puntual **P** es pot determinar mitjançant l'aplicació de la 2a llei de Newton. Si l'estudi es fa en una referència no galileana (o no inercial), la formulació de la llei ha d'incloure, a més de les forces d'interacció, les forces d'inèrcia d'arrossegament i de Coriolis:

$$\sum \vec{F}(P) + \vec{\mathcal{F}}_{ar}(P) + \vec{\mathcal{F}}_{cor}(P) = m \cdot \vec{a}_{NGAL}(P)$$

A l'hora d'estudiar el sistema, s'ha triat fer-ho en la referència terra, que en el cas d'aquest estudi, es comporta com a galileana. Per aquest motiu, la  $\vec{\mathcal{F}}_{cor}(P)$  i  $\vec{\mathcal{F}}_{ar}(P)$  són nul·les.

Així doncs la 2a llei de Newton queda de la següent forma:

$$\sum \vec{F}(P) = m \cdot \vec{a}_T(P)$$

A l'hora d'expressar els resultats s'ha decidit utilitzar la base **B** (Fig.4.1.). La base és d'orientació fixa a la forquilla. El primer eix és perpendicular a l'eix longitudinal de la forquilla, el segon és paral·lel a l'eix longitudinal de la forquilla i el tercer és perpendicular als altres dos.

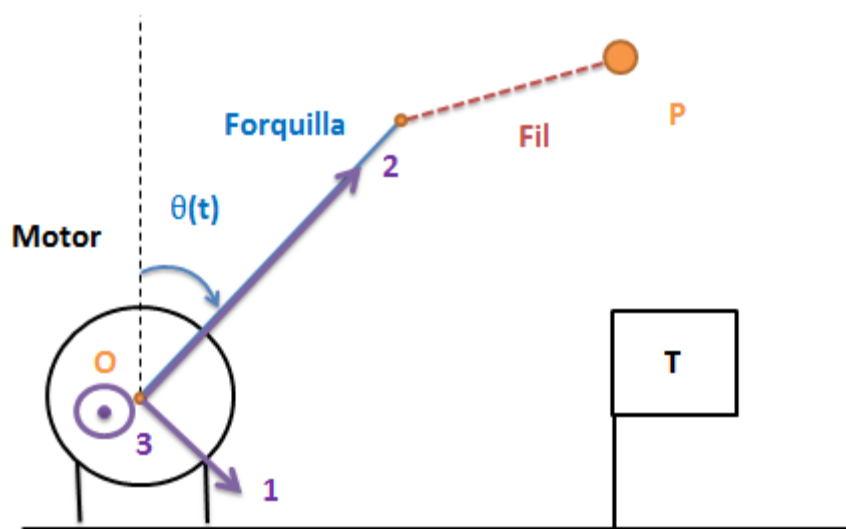


Figura 4. 1. Sistemes de coordenades

#### 4.1. CÀLCUL DE L'ACCELERACIÓ

L'acceleració de **P** respecte al terra es troba per derivació a partir d'un vector de posició. S'ha triat el punt **O**, fix a la referència terra, per definir el vector posició  $\overline{OP}$ .

El càlcul es realitza expressant aquest vector en la base vectorial **B**, que és mòbil respecte al terra. La rotació de la base respecte del terra s'haurà de tenir en compte en el moment de derivar. Així doncs, la velocitat i acceleració del punt **P** es poden expressar de la següent manera:

$$\{\overline{v_T(P)}\}_B = \frac{d}{dt}\{\overline{OP}\}_B + \{\overline{\Omega_T^B} \wedge \overline{OP}\}_B$$

$$\{\overline{a_T(P)}\}_B = \frac{d}{dt}\{\overline{v_T(P)}\}_B + \{\overline{\Omega_T^B} \wedge \overline{v_T(P)}\}_B$$

A partir de les expressions anteriors es pot trobar la posició, velocitat i acceleració en els dos sistemes de coordenades presentats:

##### Coordenades cartesianes:

- $\{\overline{OP}\}_B = \begin{Bmatrix} x \\ H + y \\ z \end{Bmatrix}_B$
- $\{\overline{v_T(P)}\}_B = \begin{Bmatrix} \dot{x} + \dot{\theta}(H + y) \\ \dot{y} - \dot{\theta}x \\ \dot{z} \end{Bmatrix}_B$
- $\{\overline{a_T(P)}\}_B = \begin{Bmatrix} \ddot{x} + \ddot{\theta}(H + y) + 2\dot{y}\dot{\theta} - \dot{\theta}^2x \\ \ddot{y} - \ddot{\theta}x - 2\dot{x}\dot{\theta} - \dot{\theta}^2(H + y) \\ \ddot{z} \end{Bmatrix}_B$

##### Coordenades cilíndriques:

- $\{\overline{OP}\}_B = \begin{Bmatrix} r \sin \gamma \\ H + r \cos \gamma \\ z \end{Bmatrix}_B$

$$\begin{aligned}
\bullet \quad \{\bar{\mathbf{v}}_T(\mathbf{P})\}_B &= \begin{Bmatrix} \dot{r}\sin\gamma + r(\dot{\gamma} + \dot{\theta})\cos\gamma + H\dot{\theta} \\ \dot{r}\cos\gamma - r(\dot{\gamma} + \dot{\theta})\sin\gamma \\ \ddot{z} \end{Bmatrix}_B \\
\bullet \quad \{\bar{\mathbf{a}}_T(\mathbf{P})\}_B &= \begin{Bmatrix} r[\cos\gamma[\ddot{\gamma} + \ddot{\theta}] - \sin\gamma[\dot{\gamma}^2 + \dot{\theta}^2]] + \dot{r}2\cos\gamma[\dot{\gamma} + \dot{\theta}] + \ddot{r}\sin\gamma + \ddot{\theta}H - 2\dot{\gamma}\dot{\theta}\sin\gamma \\ r[\cos\gamma[-\dot{\gamma}^2 + 2\dot{\theta}\dot{\gamma} - \dot{\theta}^2] - \sin\gamma[-\ddot{\gamma} - \ddot{\theta}]] + \dot{r}2\sin\gamma[-\dot{\gamma} - \dot{\theta}] + \ddot{r}\cos\gamma - \dot{\theta}^2H \\ \ddot{z} \end{Bmatrix}_B
\end{aligned}$$

## 4.2. FORMULACIÓ DE LES FORCES D'INTERACCIÓ

Les forces d'interacció que actuen sobre la partícula **P** són la força de les dues molles i la força pes. Donat que aquesta última és molt inferior a la tensió de les molles, es considera negligible.

S'ha considerat que la força de les molles és atractiva ja que en situació de repòs, el fil està tensat amb una força **F<sub>0</sub>**. La constant **k** és la constant elàstica de les molles.

D'aquesta manera, la força de les molles ve donada per la següent expressió:

$$F_m = F_0 + k \cdot \Delta\delta$$

On el terme **Δδ** representa l'increment de longitud de les molles respecte a la situació inicial de repòs.

Partint d'una posició de la massa **m** general (Fig.4.2.), es formulen les forces de les dues molles:



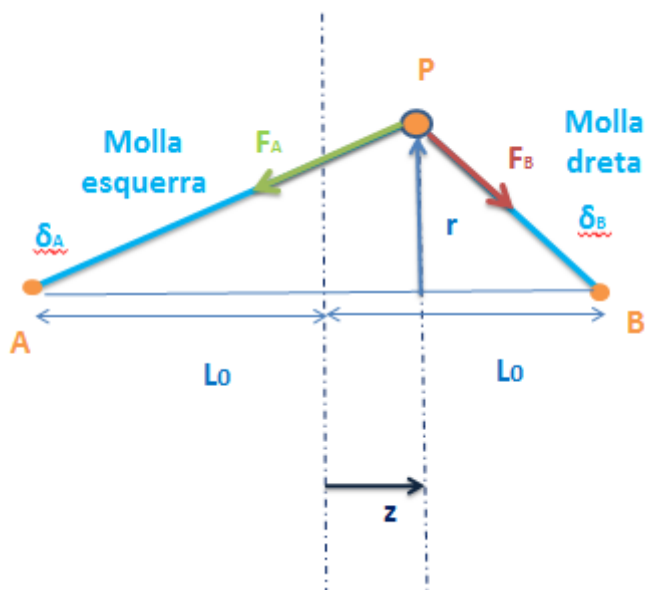


Figura 4. 2. Posició general

Les forces resultants sobre la partícula **P**, vistes des del **Pla de les molles**, es mostren a la Fig.4.3.

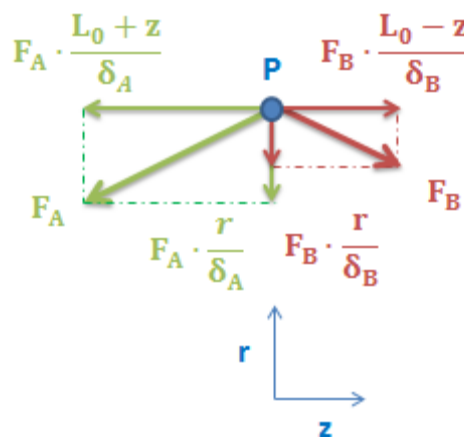


Figura 4. 3. Pla de les molles

A partir de la Fig.4.2. i la Fig.4.3. s'observa que la força de les molla es pot descompondre en la direcció de l'eix **z** i en la direcció de la recta **r**.

A la Fig.4.4. que es troba a continuació, es representa la força de les molla en el pla **x-y**

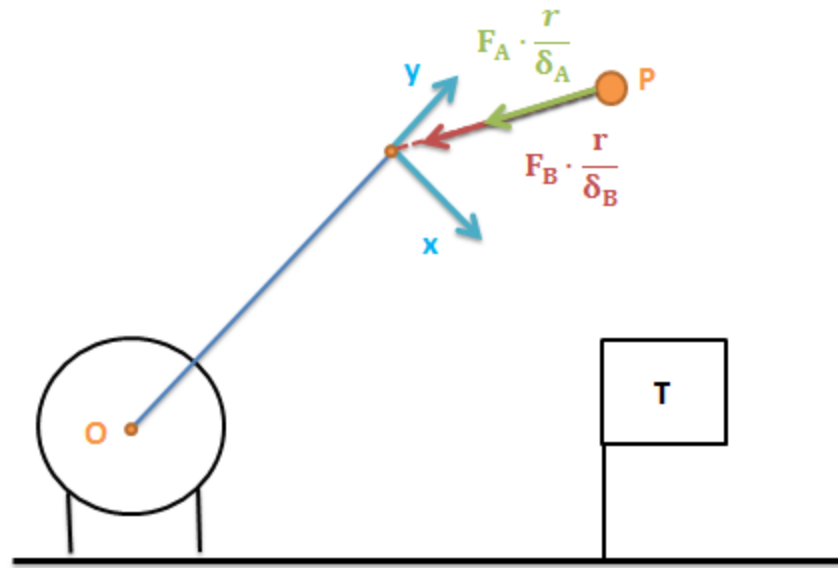


Figura 4. 4. Pla x-y

La projecció d'aquestes forces en les direccions 1 i 2 de la base condueix a:

$$\sum \bar{F}_{\text{molles}}(P) = \begin{pmatrix} -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot x \\ -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot y \\ F_B \cdot \frac{L_0 - z}{\delta_B} - F_A \cdot \frac{L_0 + z}{\delta_A} \end{pmatrix}_B$$

o bé :

$$\sum \bar{F}_{\text{molles}}(P) = \begin{pmatrix} -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot r \cdot \sin(\gamma) \\ -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot r \cdot \cos(\gamma) \\ F_B \cdot \frac{L_0 - z}{\delta_B} - F_A \cdot \frac{L_0 + z}{\delta_A} \end{pmatrix}_B$$

On les forces de les molles seran:

Coordenades cartesianes
$F_A = F_0 + k \cdot \left[ \sqrt{x^2 + y^2 + (z + L_0)^2} - L_0 \right]$
$F_B = F_0 + k \cdot \left[ \sqrt{x^2 + y^2 + (z - L_0)^2} - L_0 \right]$
Coordenades cilíndriques
$F_A = F_0 + k \cdot \left[ \sqrt{r^2 + (z + L_0)^2} - L_0 \right]$
$F_B = F_0 + k \cdot \left[ \sqrt{r^2 + (z - L_0)^2} - L_0 \right]$

**Taula 4. 1. Forces de les molles en els dos sistemes de coordenades**

### 4.3. FORMULACIÓ DE LES FORCES D'INTERACCIÓ

Finalment, la segona llei de Newton queda de la següent manera:

**Coordenades cartesianes:**

$$\left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot x \\ -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot y \\ F_B \cdot \frac{L_0 - z}{\delta_B} - F_A \cdot \frac{L_0 + z}{\delta_A} \end{array} \right\}_B = m \cdot \left\{ \begin{array}{l} \ddot{x} + \ddot{\theta}(H + y) + 2\dot{y}\dot{\theta} - \dot{\theta}^2 x \\ \ddot{y} - \ddot{\theta}x - 2\dot{x}\dot{\theta} - \dot{\theta}^2 (H + y) \\ \ddot{z} \end{array} \right\}_B$$

**Coordenades cilíndriques:**

$$\left\{ \begin{array}{l} -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot r \cdot \sin(\gamma) \\ -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot r \cdot \cos(\gamma) \\ F_B \cdot \frac{L_0 - z}{\delta_B} - F_A \cdot \frac{L_0 + z}{\delta_A} \end{array} \right\}_B =$$

$$= m \cdot \left\{ \begin{array}{l} r [\cos\gamma [\ddot{\gamma} + \ddot{\theta}] - \sin\gamma [\dot{\gamma}^2 + \dot{\theta}^2]] + \dot{r} 2\cos\gamma [\dot{\gamma} + \dot{\theta}] + \ddot{r} \sin\gamma + \ddot{\theta} H - 2\dot{\gamma} \dot{\theta} \sin\gamma \\ r [\cos\gamma [-\dot{\gamma}^2 + 2\dot{\theta} \dot{\gamma} - \dot{\theta}^2] - \sin\gamma [-\ddot{\gamma} - \ddot{\theta}]] + \dot{r} 2\sin\gamma [-\dot{\gamma} - \dot{\theta}] + \ddot{r} \cos\gamma - \dot{\theta}^2 H \end{array} \right\}_{\ddot{z}_B}$$

Si es realitzen els càlculs en una referència i una base diferents, els termes que apareixen en les equacions anteriors s'organitzen de manera diferent. Així per exemple, si en comptes de triar la referència Terra (Galileana) s'hagués triat la referència Forquilla (No Galileana), els termes de l'acceleració serien molt més simples, però les forces d'inèrcia relacionades amb  $\dot{\theta}$  i  $\ddot{\theta}$  apareixerien a l'esquerra de l'equació com a forces d'inèrcia  $\overline{\mathcal{F}_{cor}}(P)$  i  $\overline{\mathcal{F}_{ar}}(P)$ .

A partir d'aquest punt només s'utilitzen les equacions expressades en coordenades cartesianes pel fet de que són molt més simples que les equacions expressades en coordenades cilíndriques.

## 5. IMPLEMENTACIÓ DEL SOFTWARE

### 5.1. PRIMERES COMPROVACIONS

Un cop trobada l'equació del moviment del punt **P**, s'ha desenvolupat un programa utilitzant el software Matlab que permet resoldre l'equació diferencial i trobar la vibració del fil. Per a cada patró de moviment de rotació de la forquilla, l'amplitud màxima de vibració del fil pot ser diferent.

Abans de fer simulacions del sistema amb tota la seva complexitat, s'han fet simulacions que corresponen a situacions prou senzilles com per poder preveure els resultats i comprovar així que el programa funciona correctament. Concretament, s'han considerat exemples sense rotació de la forquilla.

Les equacions simplificades que corresponen a aquest cas són:

$$\left\{ \begin{array}{c} -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot x \\ -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot y \\ F_B \cdot \frac{L_0 - z}{\delta_B} - F_A \cdot \frac{L_0 + z}{\delta_A} \end{array} \right\}_B = m \cdot \left\{ \begin{array}{c} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{array} \right\}_B$$

Degut al fet que les forces de les molles depenen de les coordenades (**x,y,z**) de manera no lineal, es tracta d'un sistema no lineal. Tot i així, es pot fer un estudi lineal senzill si es consideren només petites oscil·lacions al voltant de la posició d'equilibri (0,0,0):

si  $\frac{x}{L_0}, \frac{y}{L_0}, \frac{z}{L_0} \ll 1$ , els termes d'ordre superior a 1 es poden negligir. Així doncs, es procedeix a simplificar els termes  $\frac{F_A}{\delta_A}$  i  $\frac{F_B}{\delta_B}$ .

$$\frac{F_A}{\delta_A} = \frac{F_0 - kL_0}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z + L_0)^2}} + k = \frac{F_0 - kL_0}{L_0 \sqrt{\left(\frac{x}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{z}{L_0} + 1\right)^2}} + k \cong \frac{F_0 - kL_0}{L_0 \sqrt{1 + \frac{2z}{L_0}}} + k$$

$$\frac{F_B}{\delta_B} = \frac{F_0 - kL_0}{\sqrt{x^2 + y^2 + (z - L_0)^2}} + k = \frac{F_0 - kL_0}{L_0 \sqrt{\left(\frac{x}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{y}{L_0}\right)^2 + \left(\frac{z}{L_0} - 1\right)^2}} + k \cong \frac{F_0 - kL_0}{L_0 \sqrt{1 - \frac{2z}{L_0}}} + k$$

Aplicant el desenvolupament de Taylor

$$T \left[ \left( 1 + \frac{2z}{L_0} \right)^{-\frac{1}{2}} \right] = 1 - \frac{z}{L_0} + \dots$$

Es troba

$$\frac{F_A}{\delta_A} \approx \left( \frac{F_0}{L_0} - k \right) \left( 1 - \frac{z}{L_0} \right) + k = \frac{F_0}{L_0} - \frac{z}{L_0} \left( \frac{F_0}{L_0} - k \right)$$

$$\frac{F_B}{\delta_B} \approx \left( \frac{F_0}{L_0} - k \right) \left( 1 + \frac{z}{L_0} \right) + k = \frac{F_0}{L_0} + \frac{z}{L_0} \left( \frac{F_0}{L_0} - k \right)$$

Per tant, les equacions del moviment per a les coordenades **x** i **y** queden:

$$\begin{cases} -\left( \frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B} \right) \cdot x \\ -\left( \frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B} \right) \cdot y \end{cases} \approx \begin{cases} -\frac{2F_0}{L_0} \cdot x \\ -\frac{2F_0}{L_0} \cdot y \end{cases} \approx m \cdot \begin{cases} \ddot{x} \\ \ddot{y} \end{cases}$$

Es tracta d'equacions lineals i desacoblades que corresponen a oscil·ladors harmònics

amb freqüència  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2F_0}{L_0 m}}$ .

En el cas de la coordenada **z**:

$$\frac{F_A}{\delta_A} (L_0 + z) = k(L_0 + z) + (F_0 - kL_0) \left( \frac{L_0 + z}{\delta_A} \right)$$

$$\frac{F_B}{\delta_B} (L_0 - z) = k(L_0 - z) + (F_0 - kL_0) \left( \frac{L_0 - z}{\delta_B} \right)$$

Aplicant les següents simplificacions

$$\frac{L_0 + z}{\delta_A} = \frac{\sqrt{\delta_A^2 - (x^2 + y^2)}}{\delta_A} = \sqrt{1 - \left(\left(\frac{x}{\delta_A}\right)^2 + \left(\frac{y}{\delta_A}\right)^2\right)} \approx 1$$

$$\frac{L_0 - z}{\delta_B} = \frac{\sqrt{\delta_B^2 - (x^2 + y^2)}}{\delta_B} = \sqrt{1 - \left(\left(\frac{x}{\delta_B}\right)^2 + \left(\frac{y}{\delta_B}\right)^2\right)} \approx 1$$

Es troba

$$F_B \cdot \frac{L_0 - z}{\delta_B} - F_A \cdot \frac{L_0 + z}{\delta_A} = k(L_0 - z) + (F_0 - kL_0) - (k(L_0 + z) + (F_0 - kL_0)) = -2kz$$

Per tant, l'equació del moviment per a la coordenada z queda:

$$F_B \cdot \frac{L_0 - z}{\delta_B} - F_A \cdot \frac{L_0 + z}{\delta_A} \approx -2kz \approx m \cdot \ddot{z}$$

L'equació trobada correspon a l'equació lineal d'un oscil·lador harmònic amb freqüència  $f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2k}{m}}$ .

En resum, per a petites oscil·lacions, les equacions queden reduïdes a:

$$\begin{Bmatrix} -\frac{2F_0}{L_0} \cdot x \\ -\frac{2F_0}{L_0} \cdot y \\ -2kz \end{Bmatrix}_B = m \cdot \begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix}_B$$

Per comprovar que el sistema es comporta de manera lineal quan oscil·la al voltant de la posició d'equilibri, s'utilitza el programa desenvolupat. Les equacions utilitzades pel programa són exactes. Per comprovar el caràcter lineal de les oscil·lacions i la seva freqüència corresponent, s'imposen condicions inicials petites.

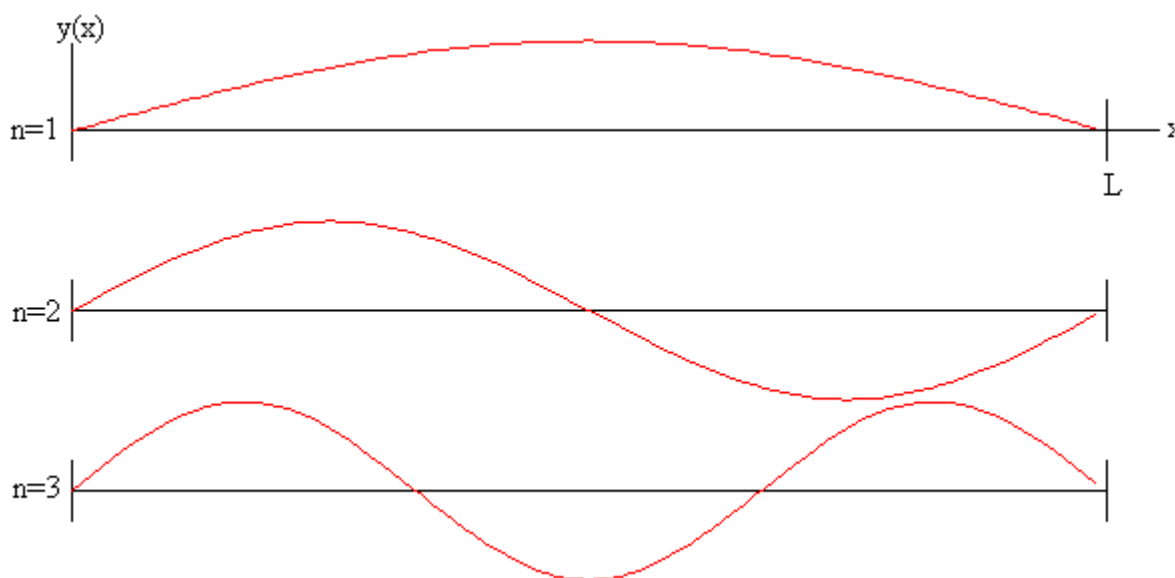
A l'hora de realitzar les simulacions que es mostren a continuació, s'han imposat uns valors per a les constants que s'han mantingut invariants. Els valors que es donen a continuació provenen de l'escàner PS del CERN. La força inicial a la que estan sotmeses les molles ( $F_0$ ) és de 0.1 N. La constant d'elasticitat del fil (**kfil**) s'imposa de 344 N/m, per tant, donat que cada molla representa la meitat del fil, la **Kmolla=kfil·2=688N/m**.

La longitud de la forquilla (**H**) és de 0.153 m i la llargària total del fil de 0.1m. Donat que cada molla representa la meitat del fil, la constant **L<sub>0</sub>** és de 0.05m.

El fil real és un sistema de massa continu. La massa total es pot calcular a partir de la densitat lineal i la longitud del fil utilitzant l'expressió:

$$m_{\text{real}} = 2L_0 \cdot \mu = 1.67 \cdot 10^{-7} \text{ Kg on } \mu = 1.63 \cdot 10^{-6} \text{ Kg/m.}$$

Quan el fil vibra lliurement (és a dir, a partir d'unes condicions inicials i no de manera forçada), el moviment que en resulta és suma dels seus modes de vibració [S.S.Rao,1995]. A la Fig.5.1. es presenten els tres primers modes de vibració per a una corda agafada pels seus extrems.



**Figura 5. 1. Modes de vibració d'una corda agafada pels seus extrems**

Donat que el mecanisme estudiat és simètric, el fil només vibrarà segons els modes que també ho siguin (el primer i tercer de la Fig.5.1. i tots els senars en general). Si el fil real vibra bàsicament segons el primer mode de vibració mostrat, la freqüència serà:

$$f = \frac{c}{4L_0} = \frac{1}{4L_0} \sqrt{\frac{F_0}{\mu_0}}$$

Com ja s'ha explicat als apartats anteriors, per simplificar el sistema s'ha considerat que el fil està format per dues molles amb una massa puntual al centre. Considerant la



hipòtesi de petites oscil·lacions, s'ha trobat que el sistema presenta una freqüència de

$$f = \frac{1}{2\pi} \sqrt{\frac{2F_0}{L_0 m}}.$$

Amb l'objectiu de que el sistema s'assembli al màxim a la realitat, s'imposa que el model simplificat oscil·li a la mateixa freqüència de vibració que el sistema de massa continu. Igualant les dues expressions anteriors s'arriba a l'expressió:

$$m_{\text{fil}} = \frac{4}{\pi^2} 2L_0 \cdot \mu = \frac{4}{\pi^2} m_{\text{real}}$$

Així doncs, la massa que s'utilitza per realitzar les simulacions és de  $6.6 \cdot 10^{-8} \text{Kg}$

Per comprovar la teoria de petites oscil·lacions, s'efectua una primera simulació amb les condicions inicials  $x=0.0001 \text{ m}$ ,  $y=z=0$ . És important destacar que  $x$  només representa un 0.2 % respecte  $L_0$ , i per tant, representa una condició inicial molt petita.

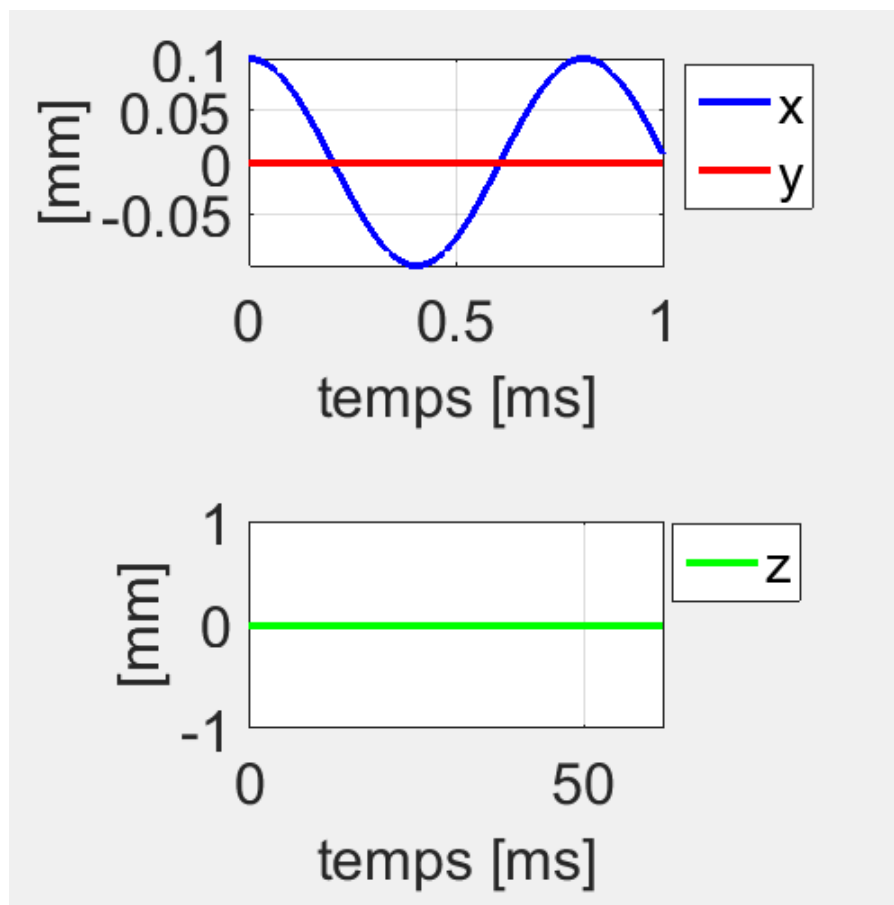


Figura 5. 2. Simulació amb  $x(t=0)=0.0001 \text{ m}$  i sense rotació de la forquilla

De la Fig.5.2. es poden extreure diverses conclusions:

- Donat que inicialment la coordenada  $z$  és zero i que les molles presenten la mateixa constant d'elasticitat, les forces exercides per les molles presenten el mateix mòdul però sentit contrari, de manera que s'anul·len entre sí, fet que produeix que  $z$  es mantingui a zero.
- Respecte la coordenada  $x$ , donat que aquesta inicialment presenta un valor diferent de zero, sí que varia al llarg del temps. De la mateixa manera que en el cas anterior, pel fet no haver considerat la rotació de la forquilla i que el model de fil no presenta esmorteïment,  $x$  oscil·la amb període i amplitud constants.
- A partir del gràfic es comprova el supòsit de que en el cas de petites oscil·lacions, el sistema es comporta de manera lineal i com un oscil·lador harmònic. Per tant, si s'ha implementat correctament el sistema, el període de la Fig. 5.2. (oscil·lació petita), ha de ser el mateix que el que surti de l'expressió:  $T = 2\pi \sqrt{\frac{L_0 m}{2F_0}}$ .

Avaluant l'expressió del període amb les constants especificades anteriorment, es troba que el període és de 0.807 ms. Observant la Fig.5.3. es comprova aquest valor.

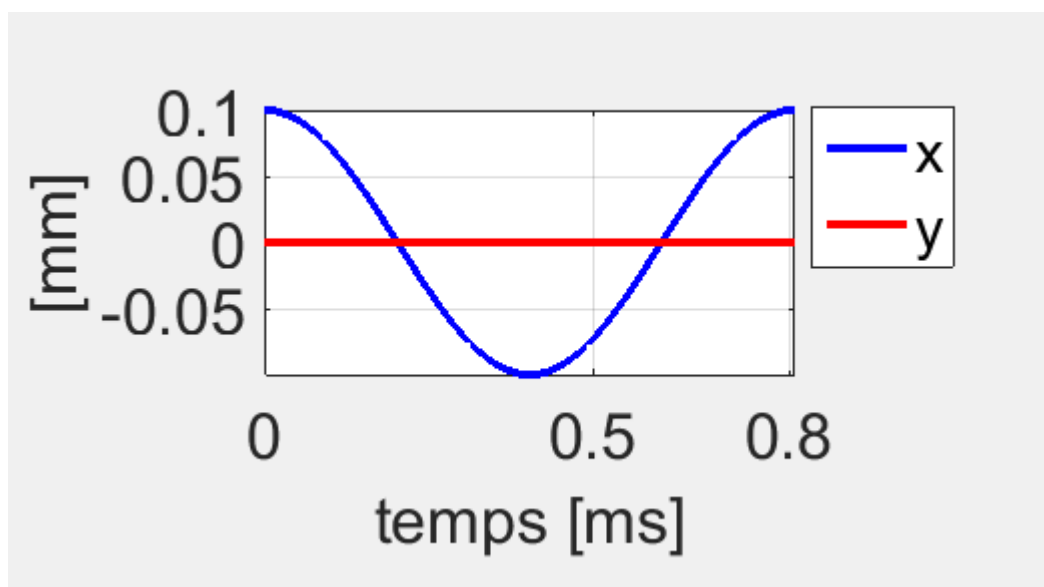
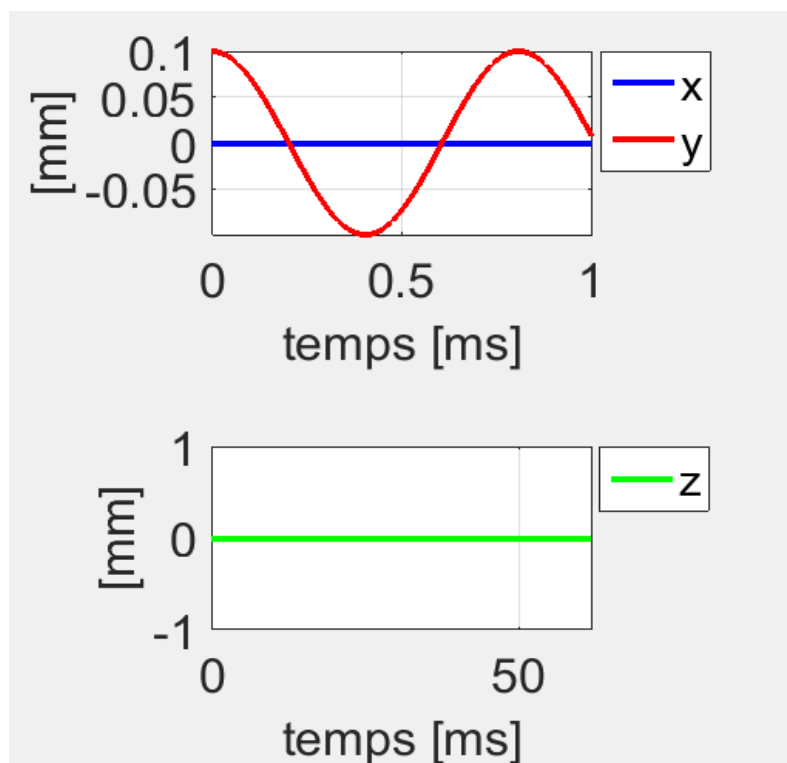


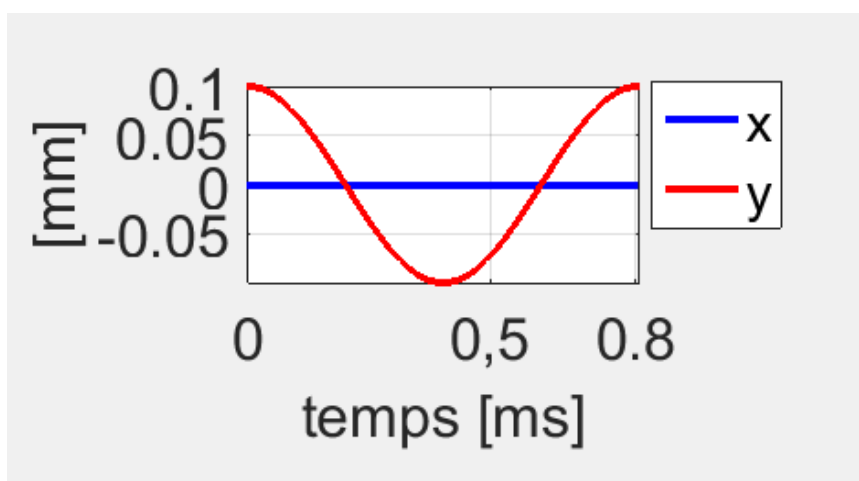
Figura 5. 3. Augment de la Figura 5.2.

A continuació es realitza una segona simulació per validar l'equació lineal de la segona coordenada. S'imposa  $x = z = 0$  i  $y = 0.0001$  m (Fig. 5.4.)



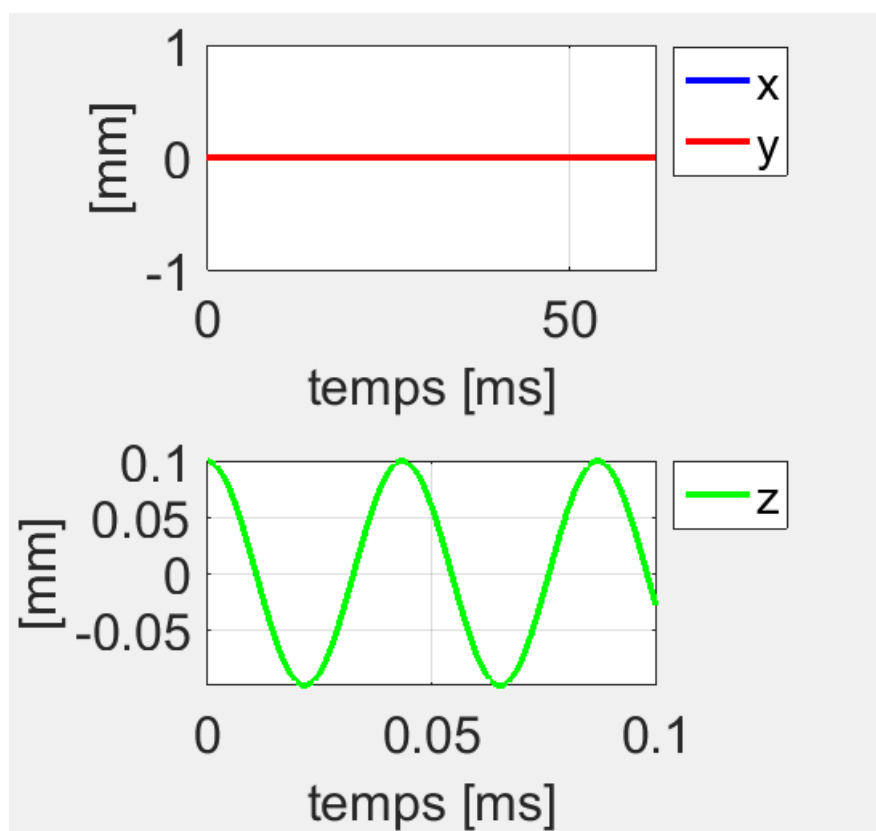
**Figura 5. 4. Simulació amb  $y(t=0)=0.0001$  m i sense rotació de la forquilla**

A partir de la Fig.5.5. es comprova que el període de les oscil·lacions és de 0.807 ms i es valida la hipòtesi de linealitat per a petites oscil·lacions al voltant de la posició d'equilibri.



**Figura 5. 5. Augment de la Figura 5.4.**

Per comprovar la hipòtesi per a la tercera coordenada, s'imposa  $x=y=0$  i  $z=0.0001$  m. El resultat de la simulació es mostra a la Fig.5.6.



**Figura 5. 6. Simulació amb  $z(t=0)= 0.0001$  i sense rotació de la forquilla**

De la Fig.5.6. es poden extreure les següents conclusions:

- Donat que no hi ha rotació de la forquilla i que aquesta és simètrica, quan s'imposa que  $x$  i  $y$  siguin zero, aquestes es mantenen invariants. Això és degut a que les forces de les molles es troben en la direcció  $z$  i per tant, no hi ha forces que actuïn sobre  $x$  i  $y$ .
- Respecte la coordenada  $z$ , donat que s'ha imposat una condició inicial diferent de zero, aquesta sí que presenta una variació al llarg del temps. Aquesta oscil·lació ve donada pel sistema elàstic lineal format per les dues molles. Les forces de les dues molles es troben en  $z$ , de manera que quan una s'escurça, l'altre s'estira. A partir del fet que les dues molles són idèntiques (tenen la mateixa constant d'elasticitat) i que el model del fil no conté esmorteïment, el sistema roman oscil·lant indefinidament.

- Si es considera el model lineal per a petites oscil·lacions i es calcula el període teòric de les oscil·lacions  $T = 2\pi \sqrt{\frac{m}{2k_{fil}}}$ , s'arriba a un valor de 0.0435 ms. Observant la Fig.5.7. es comprova la hipòtesi de linealitat per a petites oscil·lacions al voltant de la posició d'equilibri.

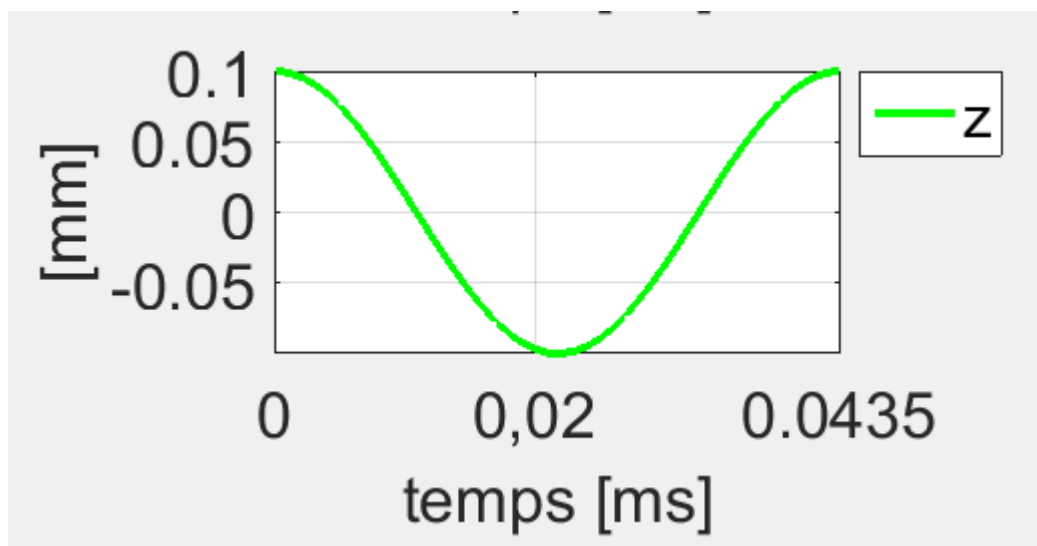


Figura 5. 7. Augment de la Figura 5.6.

## 5.2. PARAMETRITZACIÓ DE LA ROTACIÓ DE LA FORQUILLA

Un cop comprovat que el programa es comporta de manera correcta, s'ha decidit introduir la rotació de la forquilla.

Com ja s'ha explicat als apartats anteriors, el patró de moviment de la forquilla està dividit en tres trams. Un primer tram on la forquilla parteix del repòs i arriba a la velocitat desitjada, un segon tram on es manté la velocitat constant i el fil talla el feix de protons, i un tercer tram on desaccelera fins arribar al repòs.

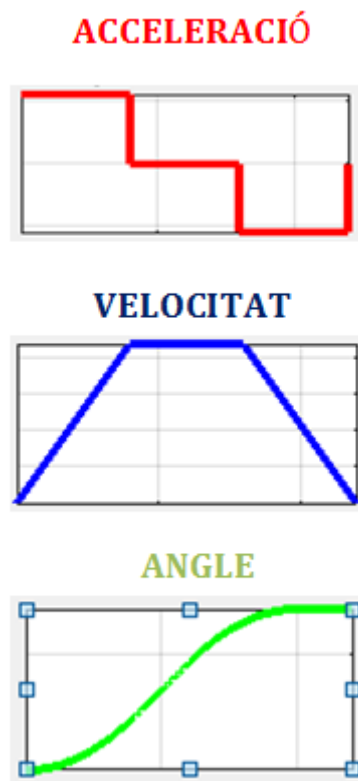
El patró de moviment de la forquilla ha de complir un conjunt de requisits. Per una banda, la velocitat a la que el fil ha de tallar el feix de fotons ha de ser de 9.2 m/s. Donat que la forquilla presenta una longitud (**H**) de 0.153 m, la velocitat angular a la que el fil ha de tallar el feix de fotons ha de ser de 60 rad/s.

Per altre banda, l'angle recorregut per la forquilla quan gira a aquesta velocitat constant ha de ser, com a mínim, de  $4^\circ$  i la forquilla només pot recórrer un angle màxim de  $244^\circ$ .

La corba de l'acceleració s'ha dividit en tres trams, arrencada, acceleració nul·la i frenada. Com més es subdivideixi cadascun dels trams de l'acceleració, amb més paràmetres lliures es podrà controlar el sistema.

Per començar s'ha decidit treballar amb funcions úniques per a cada tram. La manera més simple de definir-les seria a partir de funcions quadrades (Fig.5.8.). Això faria que els càlculs de condicions a imposar fossin molts senzills, però també produiria una sèrie de problemes:

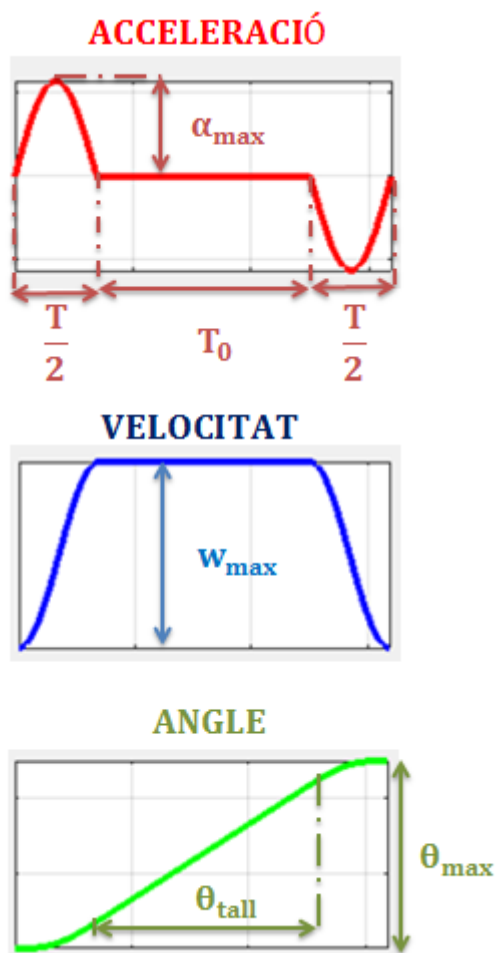
1. No existeixen motors que siguin capaços de realitzar canvis en l'acceleració de manera tan brusca.
2. La brusquedat amb la forma de les funcions faria que es generessin vibracions a la forquilla.



**Figura 5. 8. Patró de moviment de la forquilla amb funcions quadrades**

Per evitar aquest problemes i definir funcions que siguin senzilles, s'ha decidit que els trams d'arrencada i frenada segueixin perfils sinusoidals.

A continuació es presenta un esquema explicatiu amb les tres corbes i els paràmetres que s'han tingut en compte a l'hora de realitzar els càlculs.



**Figura 5. 9. Patró de moviment de la forquilla amb funcions sinusoidals**

S'ha definit el període  $T$  com el període complet d'una sinusoide, així doncs, el primer i l'últim tram triguen un temps igual a mig període. Com a  $T_0$  s'ha definit l'interval temporal on l'acceleració és nul·la.

D'aquesta manera les equacions de la corba de l'acceleració són les següents:

<b>ACCELERACIÓ ANGULAR</b>	$t \leq \frac{T}{2}$	$\alpha_1 = \alpha_{max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)$
	$\frac{T}{2} \leq t \leq \frac{T}{2} + T_0$	$\alpha_2 = 0$
	$\frac{T}{2} + T_0 \leq t \leq T + T_0$	$\alpha_3 = -\alpha_{max} \cdot \sin\left(\frac{2\pi}{T}\left(t - \left(\frac{T}{2} + T_0\right)\right)\right)$

**Taula 5. 1. Acceleració angular**

Un cop trobada l'acceleració, s'integra per trobar les equacions de la velocitat angular i angle girat per als mateixos intervals de temps.

<b>VELOCITAT ANGULAR</b>	$w_1 = \frac{\alpha_{max}T}{2\pi} \cdot \left[1 - \cos\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right]$
	$w_2 = \frac{\alpha_{max}T}{\pi} = w_{max}$
	$w_3 = \frac{w_{max}}{2} \cdot \left[1 + \cos\left(\frac{2\pi}{T}\left(t - \left(\frac{T}{2} + T_0\right)\right)\right)\right]$
<b>ANGLE GIRAT</b>	$\theta_1 = \frac{w_{max}}{2} \cdot \left[t - \frac{T}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T}t\right)\right]$
	$\theta_2 = \frac{w_{max}T}{4} + w_{max} \left(t - \frac{T}{2}\right)$
	$\theta_3 = w_{max} \left(\frac{T}{4} - T_0\right) + \frac{w_{max}}{2} \left[t - \left(\frac{T}{2} - T_0\right) + \frac{T}{2\pi} \sin\left(\frac{2\pi}{T}\left(t - \left(\frac{T}{2} + T_0\right)\right)\right)\right]$

**Taula 5. 2. Velocitat angular i angle girat**



A partir de les imposicions donades per al sistema, on  $w_{\max} = 60 \text{ rad/s}$  i  $\theta_{\max} = 4,26 \text{ rad}$  es troben els valors de  $T$  i  $T_0$  en funció de l'amplitud de l'acceleració (definida com  $\alpha_{\max}$ ).

D'aquesta manera, tot el sistema queda definit en funció d'un sol paràmetre: l'amplitud de l'acceleració. Ara bé, si l'amplitud de l'acceleració és molt petita, es trigarà molt de temps a arribar a la velocitat angular desitjada, de manera que pot donar-se el cas de que l'angle recorregut a la zona d'arrencada i frenada sigui massa gran i superi els 4.26 rad. Per aquest motiu s'ha de limitar l'acceleració mínima del sistema.

Donat que la corba de l'acceleració és simètrica (trams d'arrencada i frenada idèntics), s'ha de complir que l'angle recorregut en el tram d'arrencada sigui inferior a la meitat de l'angle màxim, es a dir:

$$0.5 \cdot \frac{T}{4} \cdot w_{\max}^2 = \frac{\theta_{\max}}{2}$$

Tenint en compte:

$$T = \pi \frac{w_{\max}}{\alpha_{\max}}$$

S'arriba a que el mínim pic de l'acceleració del sistema be donat per l'expressió:

$$\alpha_{\min} = 0.5 \cdot \pi \cdot \frac{w_{\max}^2}{\theta_{\max}}$$

Imposant els valors de velocitat angular màxima i angle màxim, s'arriba al valor de que l'acceleració mínima ha de ser de  $1317 \text{ rad/s}^2$ .

El motor utilitzat al CERN pot donar un parell màxim de  $55 \text{ N}\cdot\text{m}$ . Aquest està connectat amb la forquilla i amb diversos sòlids auxiliars d'enllaç que presenten un moment inèrcia total de  $I = 2.41 \cdot 10^{-3} \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ . A partir de la de la segona llei de Newton per a la rotació es troba:

$$\tau = I \cdot \alpha$$

Aïllant l'acceleració es troba que la màxima acceleració que pot assolir el motor és de  $22800 \text{ rad/s}^2$ .

A continuació es mostren les corbes per a una acceleració de  $10000 \text{ rad/s}^2$  (Fig.5.10.)

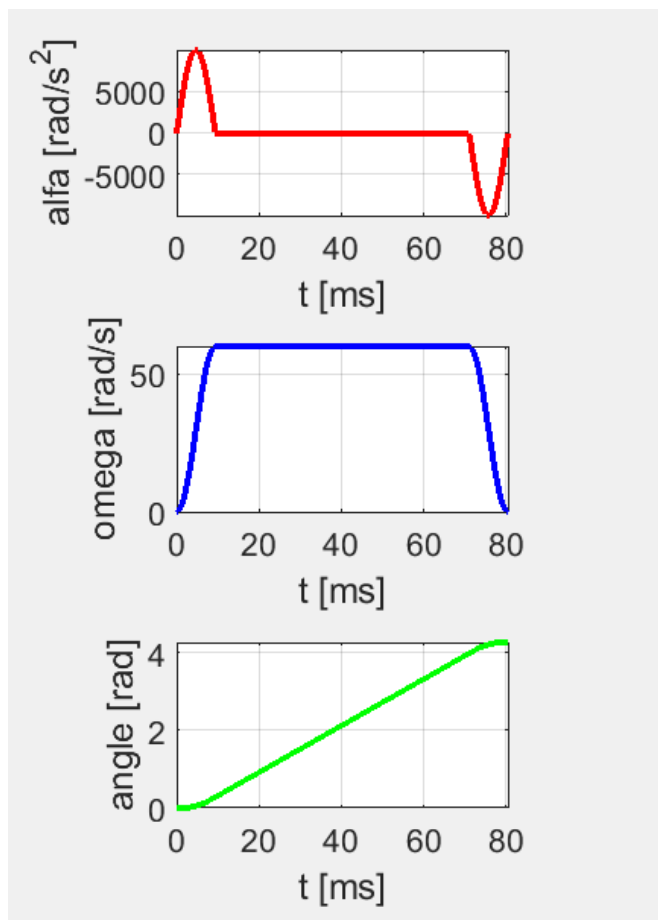
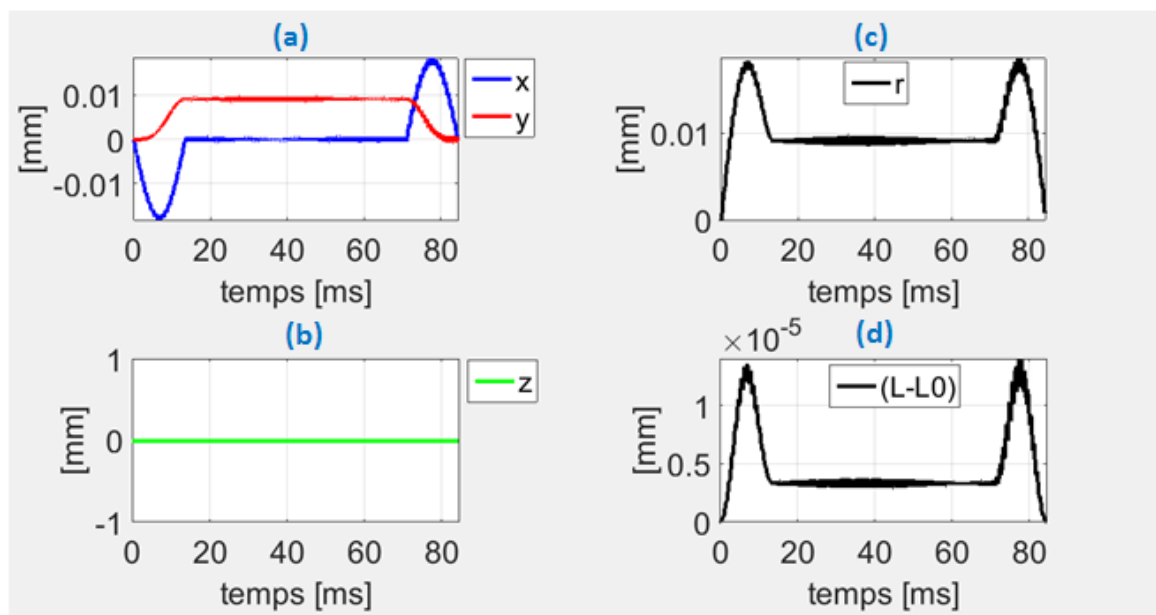


Figura 5. 10. Patró de moviment de la forquilla definit amb funcions sinusoidals

### 5.3. SIMULACIÓ AMB ROTACIÓ DE LA FORQUILLA

Un cop definit el patró de moviment de la forquilla, s'introdueix dins de la simulació.

Imposant una acceleració màxima dins de l'interval d'acceleracions admissible, per exemple  $7000 \text{ rad/s}^2$  s'obtenen els resultats següents:



**Figura 5. 11. Simulació completa (a) (b) (c) (d)**

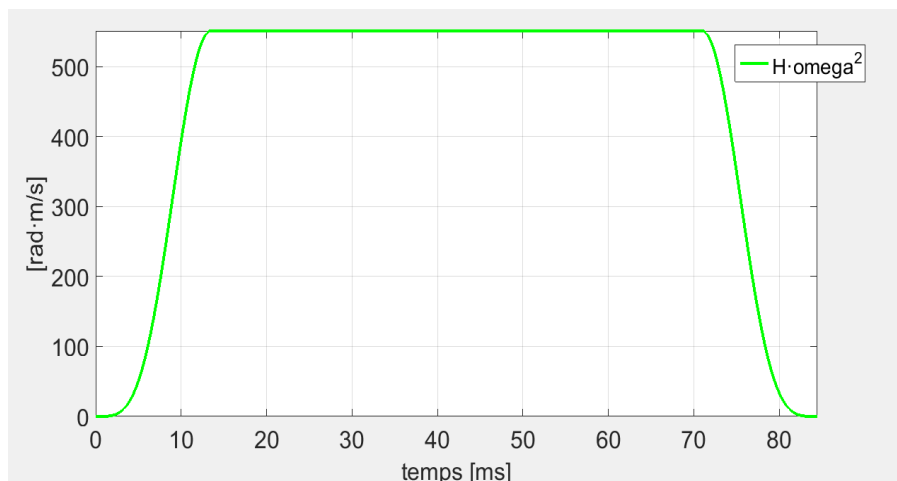
A continuació es comparen els gràfics del la Fig.5.11. amb les equacions del moviment de rotació de la forquilla.

$$\begin{Bmatrix} \ddot{x} \\ \ddot{y} \\ \ddot{z} \end{Bmatrix}_B = \begin{Bmatrix} -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot \frac{x}{m} - \ddot{\theta}(H+y) - 2\dot{y}\dot{\theta} + \dot{\theta}^2 x \\ -\left(\frac{F_A}{\delta_A} + \frac{F_B}{\delta_B}\right) \cdot \frac{y}{m} + \ddot{\theta}x + 2\dot{x}\dot{\theta} + \dot{\theta}^2(H+y) \\ \frac{F_B}{m} \cdot \frac{L_0 - z}{\delta_B} - \frac{F_A}{m} \cdot \frac{L_0 + z}{\delta_A} \end{Bmatrix}_B$$

Tal i com es pot apreciar, dins de la primera component de les equacions es troba el terme  $\ddot{\theta}(H+y)$ . Donat que les coordenades **x** i **y** són molt petites i negligibles comparades amb la longitud de la forquilla (**H**), es creïble que la coordenada **x** del gràfic segueixi la mateixa forma que la corba de l'acceleració, però reflectida respecte l'eix horitzontal degut al signe negatiu del terme.

De la mateixa manera, a la segona component de les equacions, tots els termes es troben multiplicats per **x** o **y** excepte el terme  $\dot{\theta}^2(H+y)$ . Per aquest motiu és totalment lògic que el gràfic de **y** presenti una forma molt similar a la de la velocitat angular al quadrat.

A la Fig.5.12. es presenta el gràfic de  $H \cdot (\text{velocitat angular})^2$ .



**Figura 5. 12. Gràfic H-omega2**

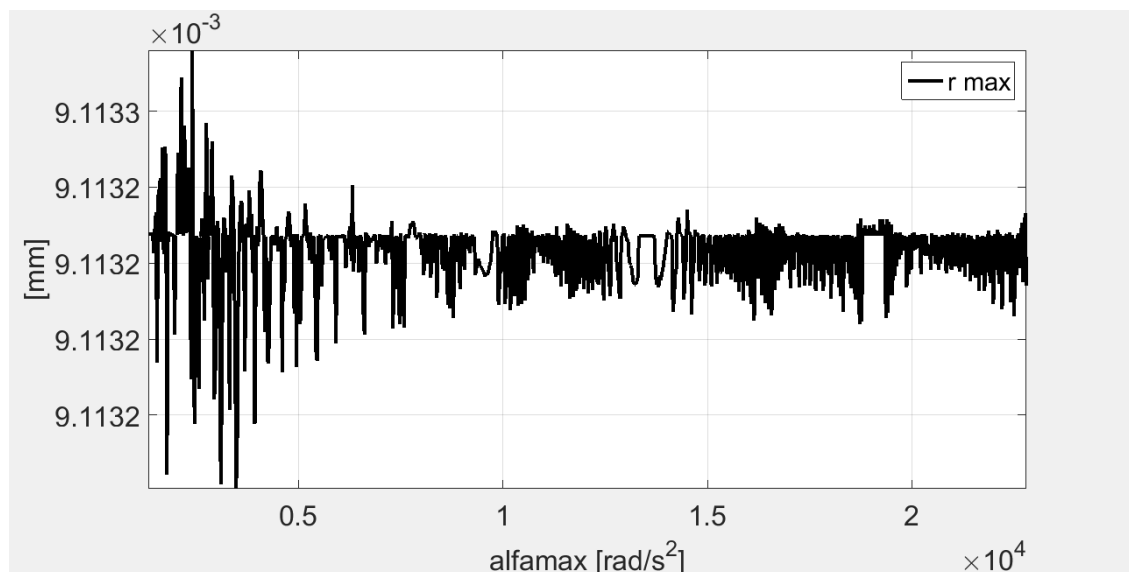
Respecte el gràfic de  $z$ , donat que la rotació de la forquilla no afecta a la tercera component, i que el valor inicial d'aquesta es nul,  $z$  es manté a zero durant tota la simulació.

A la Fig.5.11. s'han inclòs dos gràfics més. El de sobre (Fig.5.11(c)) representa la coordenada cilíndrica  $r$  (vibració) i el de sota (Fig.5.11(d)) representa l'increment de longitud de les molles, el qual sempre ha de ser positiu.

#### 5.4. OPTIMITZACIÓ DEL PATRÓ DE ROTACIÓ

S'ha afegit un mòdul al programa de manera que donada una acceleració angular compresa en l'interval establert, retorna la vibració màxima a la que s'ha arribat ( el desplaçament màxim de la partícula  $P$  en el pla  $x$ - $y$ ).

S'ha generat un programa iteratiu que, variant cada cop l'amplitud de l'acceleració angular, fa la simulació i guarda en un vector el valor de l'amplitud màxima de vibració. Posteriorment dibuixa un gràfic de  $r_{\max}$  (amplitud màxima vibració) en funció de l'acceleració angular. Per a un total de 800 acceleracions introduïdes, el gràfic es presenta a continuació.



**Figura 5. 13. rmax en funció de l'acceleració(100 iteracions)**

Observant la Fig.5.13. no sembla que  $r_{\max}$  (vibració màxima) presenti una tendència determinada al variar l'acceleració. Encara així s'observa que per acceleracions menors a 5000  $\text{rad/s}^2$  hi ha acceleracions que minimitzen la vibració i altres que la maximitzen.

## 5.5. NOVA PARAMETRITZACIÓ DE LA ROTACIÓ DE LA FORQUILLA

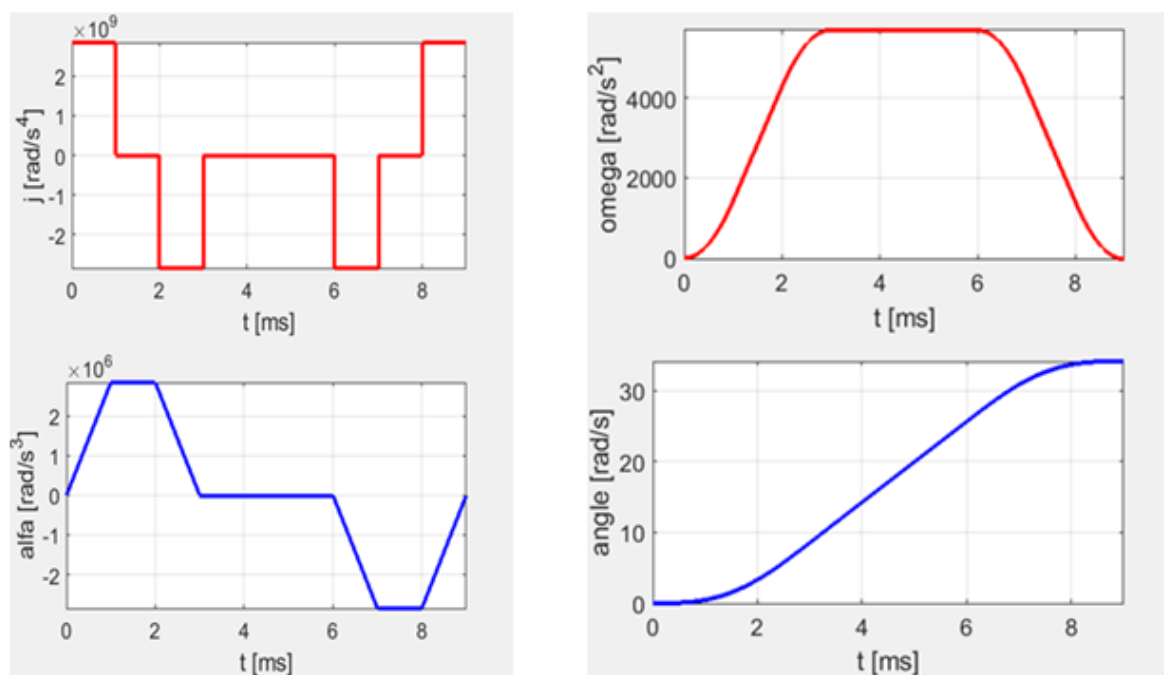
Degut a que un sol paràmetre de control per definir el patró de moviment de la forquilla es molt poc i no permet controlar el sistema de manera desitjada, s'ha decidit tornar a plantejar les corbes de l'acceleració a partir de funcions no sinusoidals per introduir més variables de control.

Hi ha dues maneres d'augmentar el nombre de paràmetres de control. La primera es dividir cadascun dels tres trams de l'acceleració en trams més petits. En l'exemple precedent, només hi ha un sol tram sinusoidal. La segona manera és definir el patró a partir de derivades temporals d'ordre superior a dos (de la deriva de l'acceleració o més enrere).

La funció més simple de la que es pot partir és una funció d'ordre zero, es a dir, una constant. Les integracions temporals successives donaran polinomis.

El que s'explica a continuació s'inspira en el treball de Lambrechts [Lambrechts et al, 2005], i es coneix amb el nom de "planificació de trajectòria de quart ordre". Del treball de Lambrechts, però, no es pot aprofitar l'algorisme d'optimització que presenta perquè els paràmetres que es condicionen no són els mateixos que en el nostre cas.

Si es parteix de la primera derivada temporal de l'acceleració i es defineix per trams utilitzant polinomis de grau zero, les corbes d'acceleració, velocitat i posició queden com les mostrades a la Fig.5.14.



**Figura 5. 14. Corbes partint de la integració del jerk (definit com a ona quadrada)**

S'observa que la corba de l'acceleració no és suau per causa de la discontinuïtat de la seva derivada en diversos punts. Aquest fet introdueix diversos problemes en el funcionament. Per aquest motiu s'ha decidit partir de la derivada temporal del jerk (segona derivada temporal de l'acceleració).

El patró de moviment partint de la derivada del jerk amb polinomis de grau zero pot observar-se a la Fig.5.15.

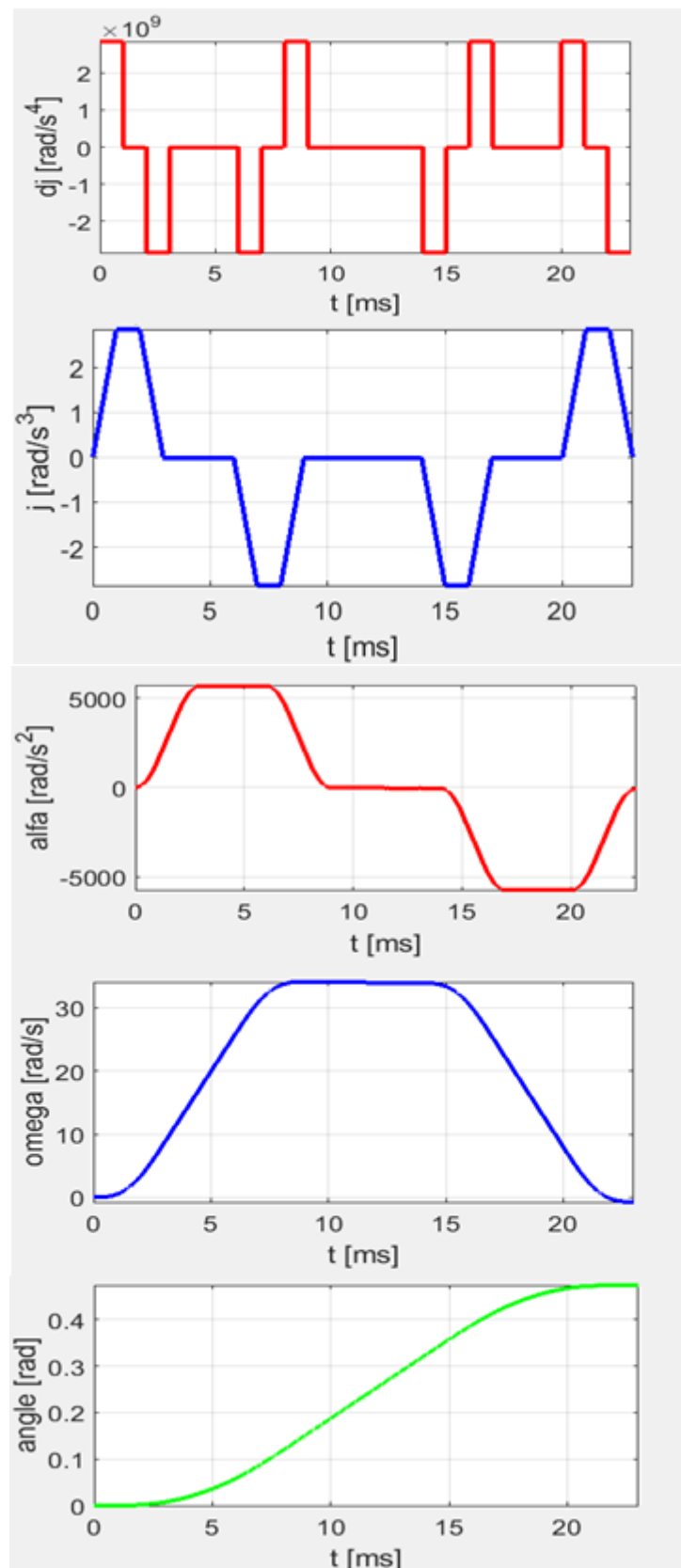
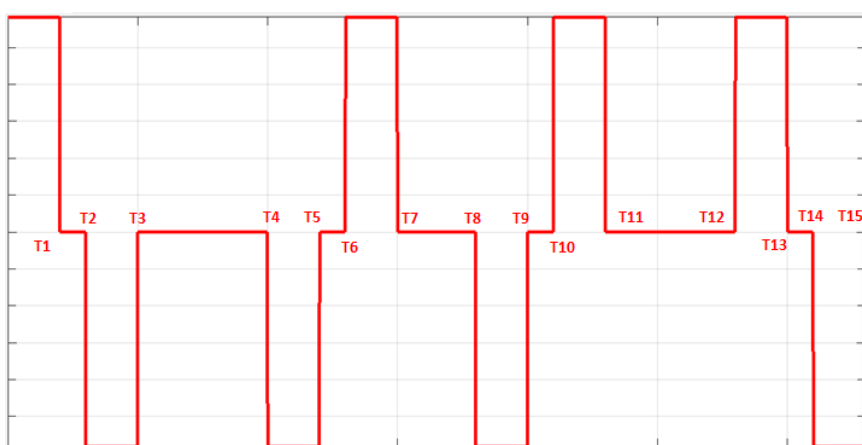


Figura 5. 15. Corbes partint de la integració de la derivada temporal del jerk

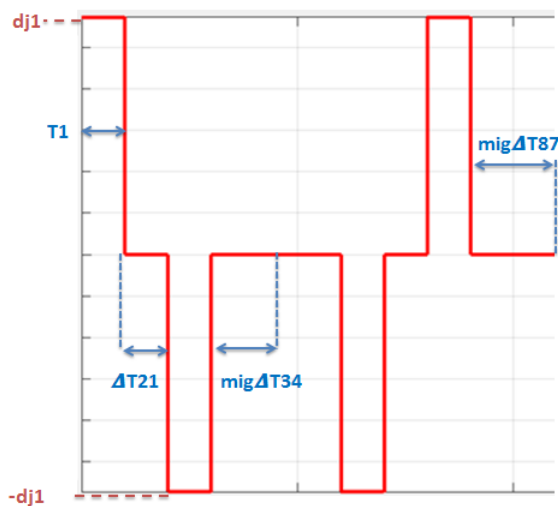
S'observa que el gràfic de l'acceleració és suau i no presenta punts problemàtics derivats de la discontinuïtat de la seva derivada. Així doncs, es procedeix a definir el gràfic a partir de la derivada del jerk.

A la Fig.5.16. es mostren els instants de temps en els que la derivada del jerk canvia de valor. Donat que el gràfic és antisimètric, es procedeix a treballar amb la meitat del gràfic.

A la Fig.5.17. es mostren els paràmetres de control utilitzats.



**Figura 5. 16. Punts temporals**



**Figura 5. 17. Paràmetres de control**

D'aquesta manera hi ha 4 paràmetres corresponents a intervals de temps i 1 paràmetre corresponent a les alçàries dels quadrats. En total hi ha 5 paràmetres de control.

En aquest cas, les restriccions de velocitat màxima de 60 rad/s i angle màxim de 4.26 rad són molt més difícils d'imposar degut a que a l'hora d'integrar surten unes expressions massa llargues i complicades d'operar.

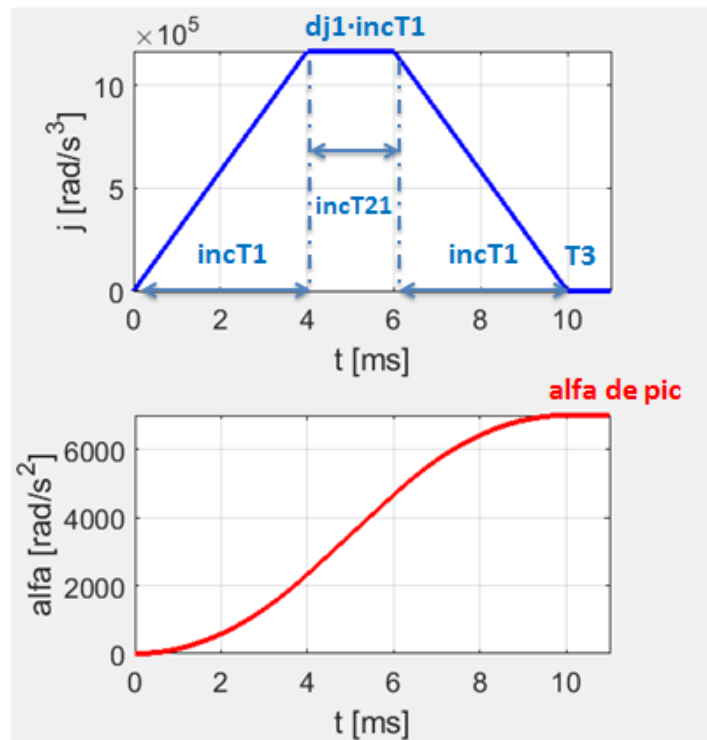


Donat que l'angle que recorre la forquilla quan talla el feix de protons (velocitat màxima) ha de ser de quatre graus com a mínim i que la velocitat angular de tall és coneguda, es pot relacionar l'angle recorregut a la velocitat angular constant directament amb la variable **migIncT78** a partir de l'expressió:

$$\text{Angle tall} = 2 \cdot \text{migIncT87} \cdot W_{\text{tall}}$$

On  $W_{\text{tall}}$  són 60 rad/s. Per tant, imposant un angle de tall, la variable **migIncT87** queda definida.

El valor màxim de l'acceleració s'assoleix a l'instant **T3**. Es pot relacionar l'acceleració que assolix el sistema amb les variables **incT1**, **incT21** i **dj1** calculant l'àrea sota derivada del jerk fins a l'instant **T3**.



**Figura5. 18. Paràmetres de control**

Tenint en compte els paràmetres mostrats a la Fig.5.18. s'arriba a l'expressió:

$$dj1 = \frac{\text{alfapic}}{\text{incT1}(\text{incT21} + \text{incT1})}$$

Com ja s'ha explicat, integrar les expressions és molt laboriós i hi ha molta probabilitat d'error. Per aquesta raó no es poden trobar les equacions de la posició, velocitat i acceleració en funció dels paràmetres establerts per imposar les condicions.

S'ha decidit continuar imposant una velocitat angular màxima de 60 rad/s, però en comptes d'imposar un angle total de recorregut, s'imposa que l'angle recorregut per la forquilla des de l'inici del moviment fins a l'instant on la velocitat passa a mantenir-se constant sigui de 120 graus.

Per fer-ho s'utilitza el programa desenvolupat amb Matlab.

El programa comença iterant **incT1**. Per a cada valor d'aquesta variable, itera **incT21**. Donat que als apartats anteriors s'ha trobat els límits que pot assolir el motor (acceleració màxima i mínima), per a cada valor de les variables anteriors itera l'acceleració des del seu mínim fins al màxim. Encara que l'acceleració no és un paràmetre de control, donat que **incT1** i **incT21** estan fixats, s'utilitza l'expressió trobada per relacionar l'acceleració de pic amb la variable **dj1**, per tant, es com si s'estigués iterant aquesta última.

A més a més, per a cada valor de les variables anteriors, també s'itera **incT43**. Per que l'anàlisi posterior sigui més fàcil, s'ha decidit eliminar una de les variables(**migIncT87**) imposant que l'angle de tall sigui de 6 °. Així doncs, la variable **migIncT87** queda fixada a  $5.82 \cdot 10^{-4}$  s.

D'aquesta manera el sistema examina un ampli ventall de valors per cadascuna de les variables. Per a cada combinació de valors, el programa calcula la velocitat màxima adquirida i l'angle recorregut fins a **T7**. En el cas de que es compleixi que **W<sub>max</sub>** estigui compresa entre [50,70] rad/s i que l'angle fins **T7** pertanyi a l'interval [110,130] graus, el sistema realitza una simulació completa de la dinàmica de la forquilla i emmagatzema dins d'un vector totes les variables i la vibració màxima adquirida pel mecanisme. Si la velocitat màxima adquirida o l'angle recorregut no es el desitjat, no es realitza cap simulació i el programa continua iterant.

Per establir els valors de les variables, al voltant dels quals començar a iterar, s'ha utilitzat una d'una corba de rotació de l'escàner PS del CERN [J.Herranz,2015].

A la Taula 5.3. es mostren els diferents valors amb els que s'han iterat les variables.

VARIABLE	VALOR INICIAL	VALOR FINAL	PAS
<b>incT1</b>	0.002 s	0.0026 s	0.00003 s
<b>incT43</b>	0.02 s	0.024 s	0.0002 s
<b>alfa</b>	1317 rad/s <sup>2</sup>	22800 rad/s <sup>2</sup>	1000 rad/s <sup>2</sup>

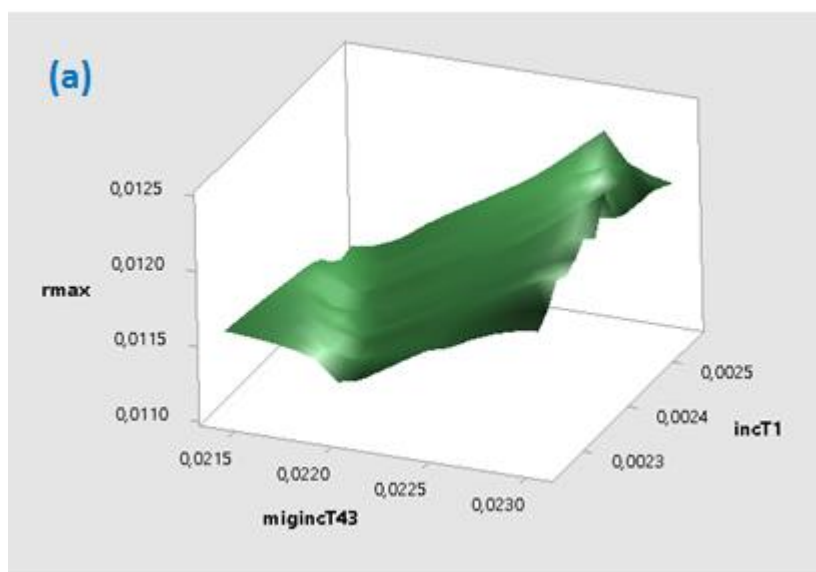
**Taula 5. 3. Valors de les variables a la primera iteració**

Per simplificar l'anàlisi, s'ha imposat que la variable **incT21** sigui igual a la variable **incT1**.

La millor manera d'analitzar els resultats seria representar la vibració en funció de tots els paràmetres utilitzats. Això és impossible ja que el màxim numero de variables que es poden representar a la vegada són tres (gràfics 3D).

Per aquest motiu s'ha procedit a representar la vibració en funció de dos paràmetres (Fig.5.19.).

A partir dels gràfics en 3D (Fig.5.19.) es comprova que la vibració del fil depèn dels paràmetres de control utilitzats. A més a més, s'observa que per a uns valors concrets d'aquests, la vibració del fil és mínima.



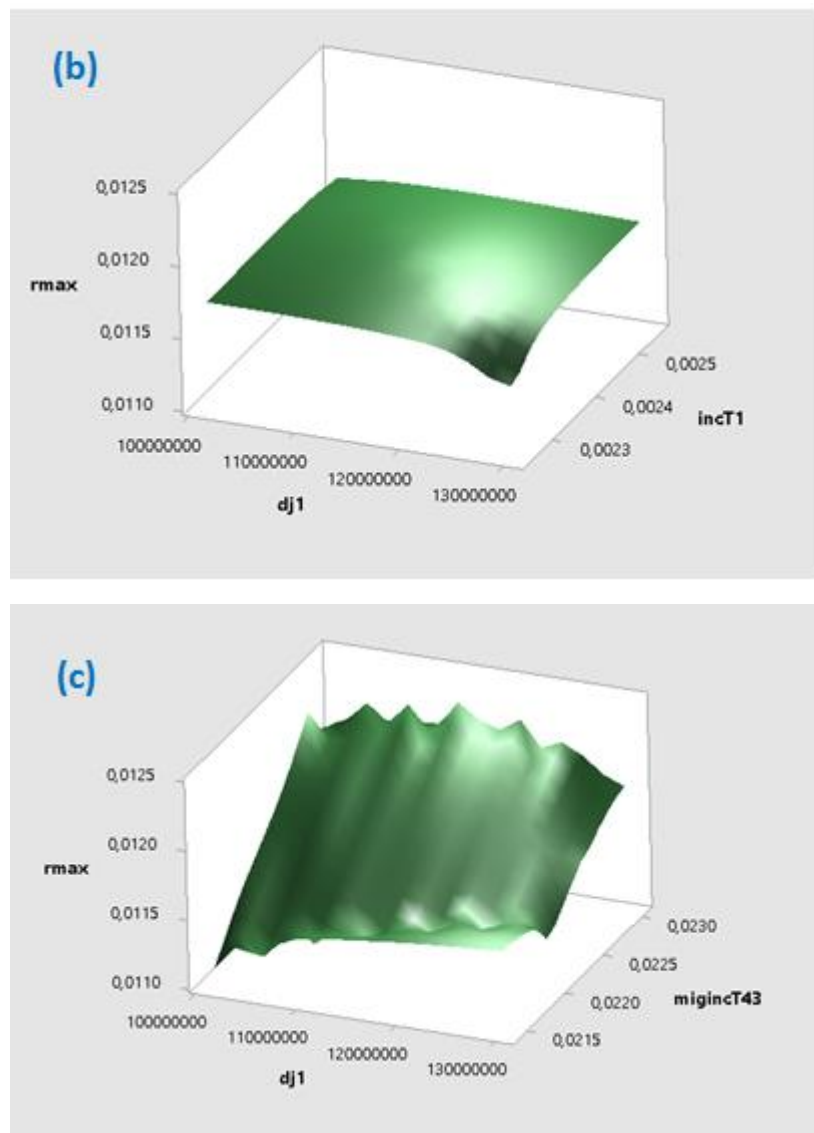


Figura 5. 19.  $r_{max}$  en funció de  $incT1$  i  $migincT43$  (a),  $incT1$  i  $dj1$  (b) i  $migincT43$  i  $dj1$  (c)

Amb l'objectiu continuar amb l'anàlisi, s'ha decidit representar la vibració del fil en funció d'un únic paràmetre. Els resultats es mostren a la Fig.5.20.

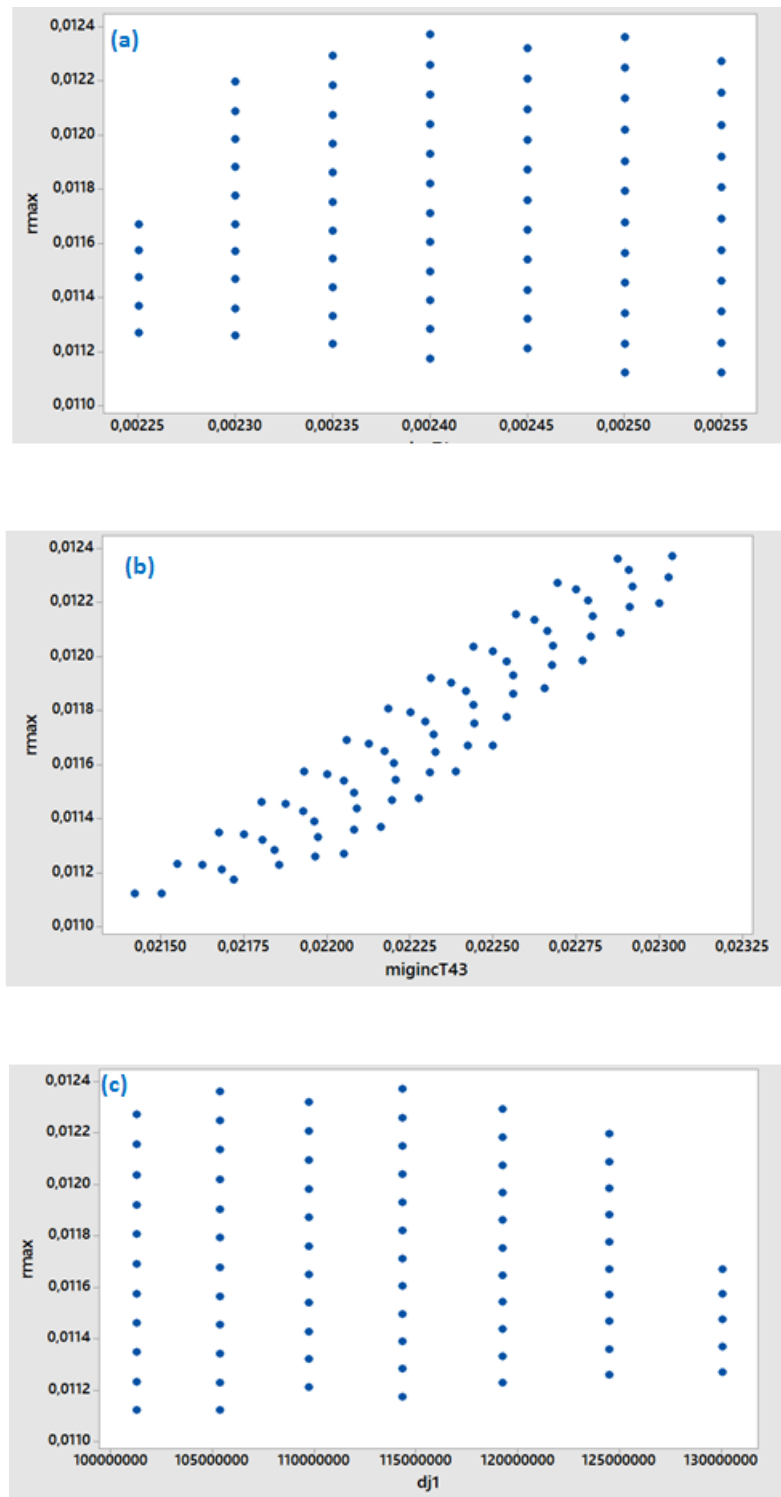


Figura 5. 20.  $r_{max}$  en funció de  $incT1$ (a),  $migincT43$ (b) i  $dj1$ (c)

Analitzant la Fig.5.20.a s'observa que la variabilitat de **incT2** per a valors baixos és més petita que per a valors més alts.

A partir de la Fig.5.20.b es comprova que existeix una clara relació entre la variable **migincT43** i la vibració del fil. A primera vista, quant més petit és el valor de **migincT43**, menys vibració del fil hi ha.

Si s'observa l'últim gràfic (Fig.5.20.c), no sembla que hi hagi una diferència entre la variabilitat de les dades per a valors de **dj1** petits comparat amb l'associada a valors una mica més grans.

Per veure la relació entre les variables, es torna a representar la vibració en funció de **migincT43**, però es diferencia entre els valors de **incT1** (Fig.5.21.a) i **dj1** (Fig.5.21.b).

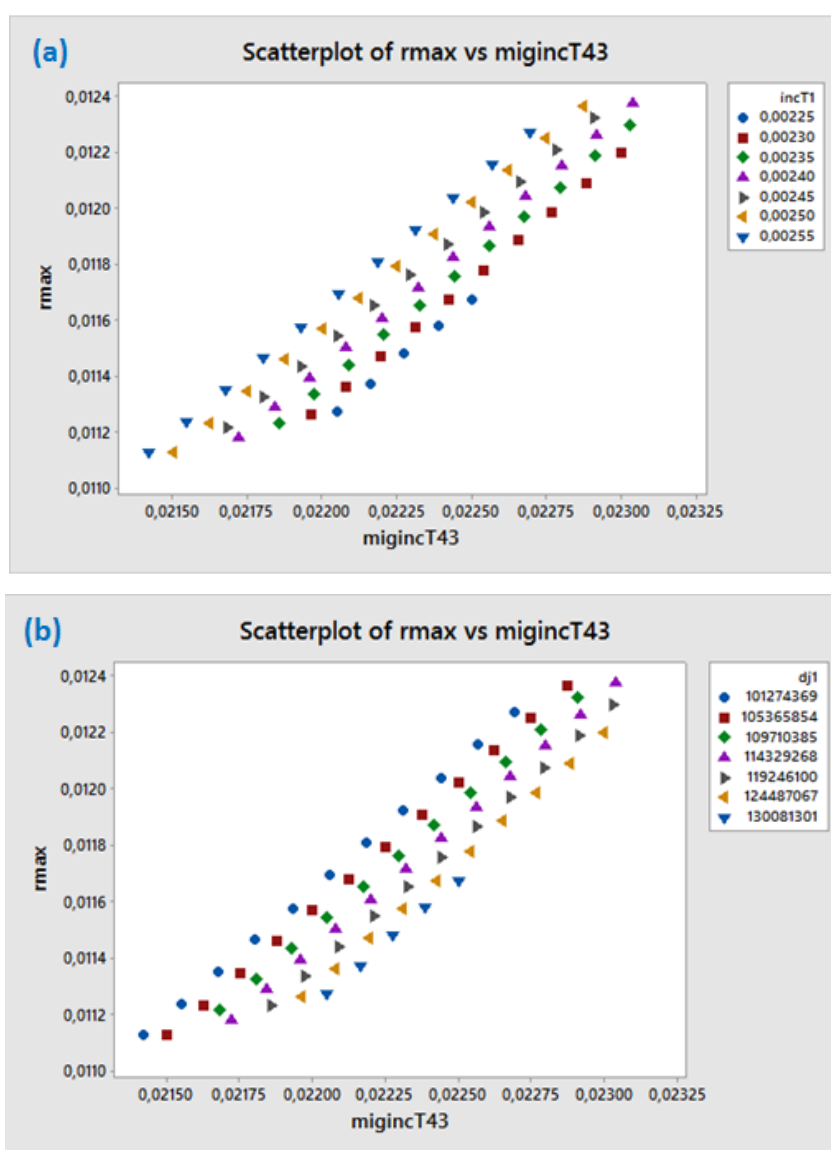


Figura 5. 21. rmax en funció de migincT43 i incT1(a) i dj1(b)

A partir de la Fig.21. s'observa la clara relació entre les variables. Per a un valor fixat de **miginct43**, com més gran es el valor de **inct1**, més gran és la vibració produïda al fil (Fig.5.21a). En el cas de la variable **dj1**, la relació es inversa. Com més gran es el seu valor, més petita es la vibració (Fig.5.21a).

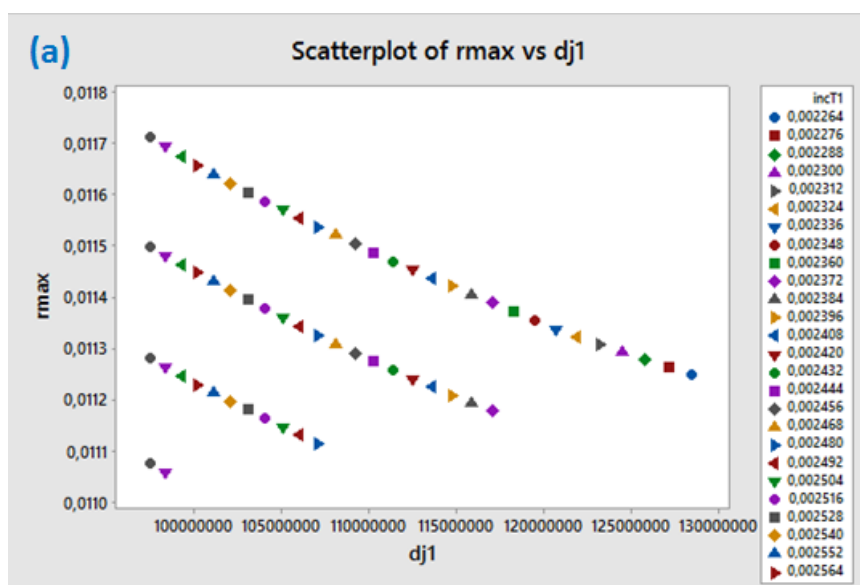
Es realitza una altre simulació amb l'objectiu d'estudiar la zona on la vibració és mínima (per valors de **miginct43** baixos).

A la taula següent es presenten els valors amb els que s'han iterat les variables.

VARIABLE	VALOR INICIAL	VALOR FINAL	PAS
<b>inct1</b>	0.002 s	0.0026 s	0.000012 s
<b>inct43</b>	0.01 s	0.0026 s	0.00024 s
<b>alfa</b>	1317 rad/s <sup>2</sup>	22800rad/s <sup>2</sup>	1000 rad/s <sup>2</sup>

**Taula 5. 4. Valors de les variables a la segona iteració**

A partir de la Fig.5.22 es comprova que per a un valor fixat de **dj1**, quant més petits són **inct1** (Fig.5.22a) i **miginct43** (Fig.5.22b) , menys vibració del fil hi ha.



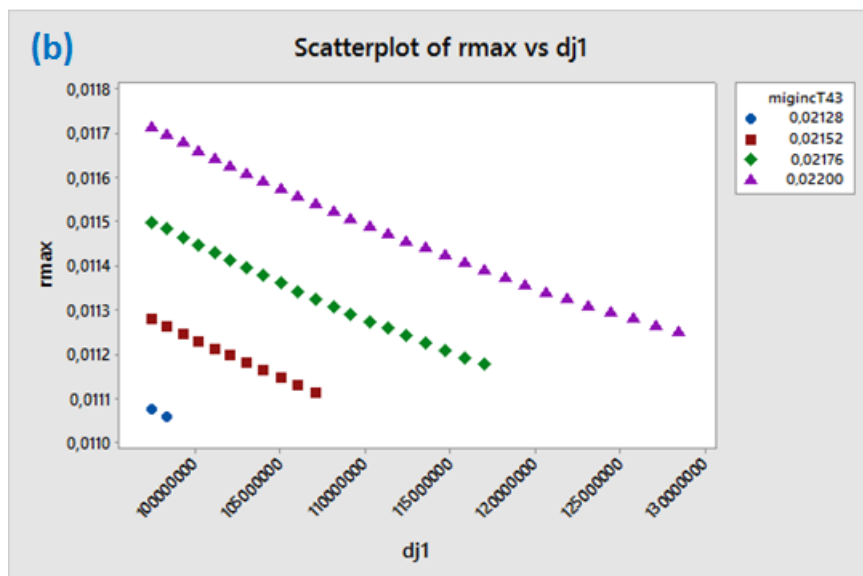


Figura 5. 22.rmax en funció de dj1 i separat per incT1(a) i migincT43(b)

La vibració mínima del fil és de 0.00110572 m i es dona per las valors dels paràmetres:

- **incT1**= 0.002588 s,
- **incT21**= 0.002588 s
- **migincT43**= 0.02128 s
- **migIncT87** =  $5.82 \cdot 10^{-4}$  s.
- **dj1**= 98322149

Amb aquets valors dels paràmetres, el patró de moviment de la forquilla presenta una acceleració de pic igual a l'acceleració mínima (1317 rad/s).

Resumint, després de realitzar el model un model mecànic de la forquilla, trobar les equacions del moviment d'aquesta, implementar-ho tot amb un software informàtic i obtenir els resultats de les simulacions, s'han analitzat els resultats gràficament i s'ha trobat com afecten cadascun dels paràmetres a la vibració del fil i quin valors han de tenir per que aquesta sigui mínima.



## 6. PLANIFICACIÓ TEMPORAL I COSTOS

### 6.1. PLANIFICACIÓ TEMPORAL

Es va començar creant el model mecànic de la forquilla i trobant les equacions del moviment. Tot seguit, es va realitzar un primer programa informàtic on es realitzaven simulacions sense rotació de la forquilla.

Un cop obtinguts els primers resultats, es va procedir a realitzar simulacions introduint la rotació de la forquilla. Donat que amb el paràmetre utilitzats no s'havia pogut minimitzar la vibració del fil, es va procedir a millor el model i introduir nous paràmetres de control.

Per acabar, es va implementar un mòdul que permetés iterar els diferents paràmetres i emmagatzemar la informació i es va procedir a analitzar aquesta.

A continuació es presenta el diagrama de Gantt del projecte.

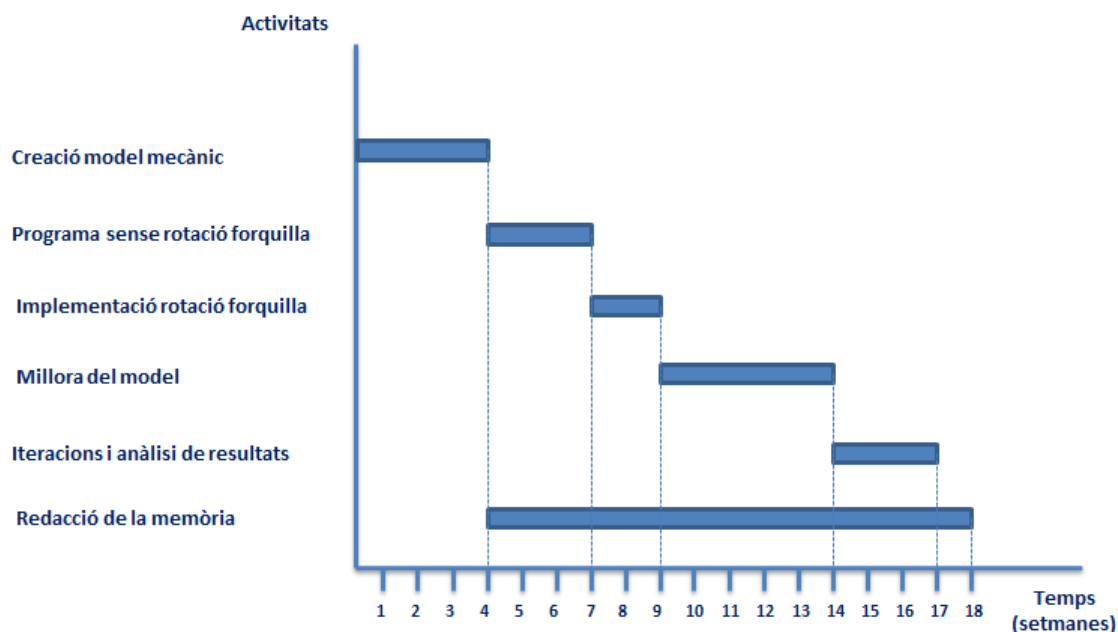


Figura 6. 1. Diagrama de Gantt del projecte

## 6.2. COSTOS

A continuació es presenten els costos principals del projecte.

Es comença comptabilitzant el cost del treball realitzat per l'estudiant. Considerant que el total d'hores treballades és el mateix que 12 crèdits ECTS (336 hores) i partint de que el sou d'un enginyer graduat junior es de 22 €/h, el cost total del treball realitzat per l'estudiant és de 7392 €.

També s'han de considerar les hores que el tutor ha invertit assessorant i corregint el treball. Si es considera un temps dedicat de 60 hores i un sou de 45 €/h, el cost del treball realitzat pel professor es de 2700 €.

Per últim es tenen en compte els costos de les despeses energètiques (llum i internet) que es consideren de 500 € i els costos del material emprat per l'estudiant (paper, bolígrafs...) comptabilitzats en 50 €.

Així doncs, el cost total del projecte calculat com la suma de tots els costos és de 10642€.

## **7. IMPACTE SOCIAL I MEDIAMBIENTAL**

### **7.1. IMPACTE SOCIAL**

L'impacte social d'aquest treball no és, de moment, valorable. Si el coneixement profund de la constitució de la matèria que es treu de la investigació que es du a terme al CERN condueix en un futur a un canvi important en la nostra manera de viure, potser aquest treball hi haurà contribuït de manera molt modesta.

### **7.2. IMPACTE MEDIAMBIENTAL**

Degut a que aquest treball és teòric i que no s'ha realitzat cap prototip de la forquilla, l'impacte ambiental és molt baix. Les principals causes d'impacte ambiental són:

- El consum energètic d'electricitat que ha utilitzat l'ordinador funcionant
- El cost del paper i bolígraf sobre els que s'han realitzat esborranys i càlculs.

## CONCLUSIONS

En aquest projecte s'ha realitzat un model mecànic simplificat de l'escàner PS del CERN. A partir d'aquest model s'han trobat les equacions que regeixen la vibració del fil de l'escàner i s'ha implementat un programa informàtic que ressol aquestes equacions i retorna la vibració màxima del fil quan la forquilla es sotmet a un moviment de rotació.

Donat que el problema estudiat està fixat sota unes restriccions, no ha sigut possible elaborar un algorisme d'optimització automàtic que minimitzi la vibració de la forquilla. Com a alternativa, s'ha creat un segon mòdul amb el programa que itera els paràmetres de control i emmagatzema el seu valor i el valor de la vibració màxima del fil en el cas de que es compleixin les restriccions imposades.

Finalment, s'han analitzat gràficament els resultats obtinguts i s'ha trobat que la vibració mínima adquirida pel sistema és de 1.105 mm, per a uns valors dels paràmetres de:

- **incT1**= 0.002588 s,
- **incT21**= 0.002588 s
- **migincT43**= 0.02128 s
- **migIncT87** =  $5.82 \cdot 10^{-4}$  s.
- **dj1**= 98322149

Aquest treball deixa la possibilitat de ser continuat. Per una banda, es poden utilitzar hipòtesis menys restrictives que facin que el model mecànic expliqui millor el comportament real de la forquilla (fer que la forquilla no sigui totalment rígida, modelitzar el fil amb més trams, introduir es esmorteïdors a les molles...).

Per altre banda, amb l'objectiu d'assegurar els resultats finals, es pot realitzar un estudi estadístic complet de les dades.

## AGRAÏMENTS

He d'agrair molt sincerament aquest treball a la meva tutora Ana Barjau Condomines pel seu esforç, dedicació i perseverança.

Els seus coneixements, la seva experiència i la seva manera de treballar han sigut fonamentals per a la realització d'aquest treball. Realment he après molt sota la seva supervisió i considero que sense la seva ajuda hagués sigut impossible realitzar aquest treball.

## BIBLIOGRAFIA

- [1] S. S. Rao, 1995, "Mechanical Vibrations", Addison-Wesley Publishing Company, 3 edition.
- [2] P. Lambrechts, M. Boerlage, M. Steinbuch, 2005, "Trajectory planning and feedforward design for electromechanical motion systems", Control Engineering Practice, 13(2), pp.145-157
- [3] J. Herranz, A. Barjau, B. Dehning, 2015, "Vibration Measurements of a Wire Scanner – Experimental Setup and Models", Journal of Mechanical Systems and Signal Processing, 70, pp. 974-994

